

Tentamen i Matematisk analys i flera variabler för AT1, MVE 115

2013 08 31 kl. 08.30–12.30.

Hjälpmedel: Inga hjälpmedel, ej heller räknedosa

Examinator: Sven Järner.

Telefon: Anders Martinsson 0703 088304

För godkänt krävs 20 poäng. Betyg 3: 20–29 poäng. Betyg 4: 30–39 poäng. Betyg 5: över 40 poäng.

Bonuspoäng från VT 2013 ingår. Lösningar och besked om rättning lämnas på kursens hemsida.

Skriv program och inskrivningsår på omslaget. Skriv din personliga kod på samtliga inlämnade papper.

-
1. Bestäm ekvationen för tangenten till skärningskurvan mellan ellipsoiden $x^2 + 2y^2 + z^2 = 10$ och planet $x - y - 2z = 1$ i punkten $(1, 2, -1)$. (6p)

2. En partikel påverkas av kraften $\mathbf{F}(x, y, z) = (z, x, yz)$. Beräkna det arbete som uträttas då partikeln flyttas från punkten $(1, 0, 0)$ till punkten $(1, 0, 1)$ längs spiralkurvan $(x, y, z) = (\cos t, \sin t, t/(2\pi))$. (6p)

3. Beräkna volymen av den kropp som begränsas av paraboloiden $z = x^2 + y^2$ och planet $3x + 2y + z = 2$. (6p)

4. Motivera att funktionen $f(x, y) = x^2(y - 1) - \frac{5}{3}y^3$ har ett största och ett minsta värde i området där $x \geq 0$ och $x^2 + y^2 \leq 1$. Bestäm också dessa värden. (6p)

5. Bestäm den slutna kurva γ utan dubbelpunkter, så att kurvintegralen (6p)

$$\int_{\gamma} 6xy \, dx + (x^3 + 3xy^2) \, dy$$

blir så stor som möjligt då γ genomlöps *medurs*.

6. Lös differentialekvationen $3f'_x + 4f'_y = 2 \sin(x - y)$ genom att göra ett variabelbyte av formen $u = x + ay$, $v = x - y$ för lämplig konstant a . Bestäm också den lösning som uppfyller $f(0, y) = y^2 + 2 \cos y$. (8p)

7. (a) Definiera begreppet riktningsderivata. (2p)

- (b) Visa att riktningsderivatan i en punkt är maximal i en riktning som är vinkelrät mot nivåkurvan genom punkten och lika med noll i nivåkurvans tangentriktning. (4p)

8. Låt $\mathbf{F} = (P, Q)$ vara ett vektorfält definierat i ett sammanhängande område D . Visa att om $\mathbf{F}$ är ett potentialfält så är $\int_C \mathbf{F} \bullet d\mathbf{r} = 0$ för varje sluten kurva C i D . (6p)

Lycka till! / SJ