

Tentamen i Matematisk analys i flera variabler för AT1, MVE 115

2014 01 14 kl. 14.00–18.00.

Hjälpmedel: Inga hjälpmedel, ej heller räknedosa

Examinator: Sven Järner.

Telefon: Sven Järner 0730 211005

För godkänt krävs 20 poäng. Betyg 3: 20–29 poäng. Betyg 4: 30–39 poäng. Betyg 5: över 40 poäng. Bonuspoäng från VT 2013 ingår. Lösningar och besked om rättning lämnas på kursens hemsida.

Skriv program och inskrivningsår på omslaget. Skriv din personliga kod på samtliga inlämnade papper.

-
1. Låt $f(x, y, z) = x \sin y + 2y \cos z$. Bestäm den nivåyta till f som innehåller punkten $(1, \pi/2, \pi)$. Bestäm också ekvationen för nivåytans tangentplan i punkten $(1, \pi/2, \pi)$. (7p)
 2. Beräkna kurvintegralen $\int_C (x + y)dx + xydy$ där C är bågen från $(1,0)$ till $(0,1)$ längs enhetscirkeln $x^2 + y^2 = 1$ (närmaste väg). (6p)
 3. Beräkna dubbelintegralen $\iint_D e^{(y-x)/(y+x)} dx dy$ där D är triangelytan med hörn i punkterna $(0,0)$, $(1,1)$ och $(0,2)$. (6p)
 4. Beräkna kurvintegralen $\int_C (x + y^3) dx - (y + x^3) dy$, där C är randen till cirkelsektorn som bestäms av olikheterna $0 \leq x^2 + y^2 \leq 1$ och $-y \leq x \leq y$, genomlöst moturs. (6p)
 5. Bestäm alla stationära (kritiska) punkter till funktionen $f(x, y) = \frac{x - y}{xy - 1}$, $xy \neq 1$ och bestäm deras karaktär (lokal maxpunkt, minpunkt eller sadelpunkt). (7p)
 6. Beräkna arean av ytan med parameterframställningen $x = 2uv$, $y = u^2$, $z = 2v^2$ för $1 < u < 2$ och $1 < v < 3$. (6p)
 7. (a) Definiera begreppet nivåkurva till en funnkion $f(x,y)$. (2p)
(b) Visa att om f är differentierbar i punkten (a,b) och $\nabla f(a, b) \neq 0$ så är $\nabla f(a, b)$ en normalvektor till den nivåkurva till f som går genom punkten (a,b) . (4p)
 8. Formulera och bevisa Greens formel i planet. (6p)

Lycka till! / SJ