

Tentamen i Matematisk analys i flera variabler för AT1, MVE 115

2014 03 08 kl. 08.30–12.30.

Hjälpmedel: Inga hjälpmedel, ej heller räknedosa

Examinator: Sven Järner.

Telefon: Sven Järner 0730 21 10 05

För godkänt krävs 20 poäng. Betyg 3: 20–29 poäng. Betyg 4: 30–39 poäng. Betyg 5: över 40 poäng.

Bonuspoäng från VT 2014 ingår. Lösningar och besked om rättning lämnas på kursens hemsida.

Skriv program och inskrivningsår på omslaget. Skriv din personliga kod på samtliga inlämnade papper.

-
1. Låt $f(x, y) = x^2y + e^x y$
 - (a) Beräkna riktningsderivatan till f i punkten $(0, 2)$, i riktningen $(3, 4)$. (3p)
 - (b) Bestäm normalen till, dvs en linje vinkelrät mot, ytan $z = f(x, y)$ i punkten $(0, 2, f(0, 2))$ (4p)
 2. Beräkna dubbelintegralen $\iint_D \frac{x}{y^2} dx dy$ där D begränsas av linjerna $y = 1$, $x = 1$ och kurvan $xy = 2$, $x > 0$. (6p)
 3. (a) Visa att $\frac{x^2 y^3}{(x^2 + y^2)^2} \rightarrow 0$ då $(x, y) \rightarrow (0, 0)$ (3p)
(b) Visa att $\frac{x^2 y^2}{(x^2 + y^2)^2}$ saknar gränsvärde då $(x, y) \rightarrow (0, 0)$ (3p)
 4. Bestäm den punkt på kurvan $y = \frac{1}{x^2}$, $x > 0$, som har kortast avstånd till origo. (7p)
Bestäm också detta avstånd.
 5. Beräkna flödet av fältet $\mathbf{F}(x, y, z) = (\frac{x}{x^2 + y^2}, \frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{z}{x^2 + y^2})$ ut genom cylinderytan $x^2 + y^2 = 2$, $-2 \leq z \leq 2$. (6p)
 6. Avgör för vilka värden på a som integralen $\iiint_D \frac{z^2}{(x^2 + y^2 + z^2)^a} dx dy dz$ (6p)
är konvergent, om området D ges av olikheten $x^2 + y^2 + z^2 \geq 1$.
Beräkna också integralen för dessa värden.
 7. (a) Definiera vad som menas med ett potentialfält i $\mathbf{R}^3$ (2p)
(b) Definiera vad som menas med rotationen av ett fält i $\mathbf{R}^3$. (2p)
(c) Vad kan man säga om rotationen av ett potentialfält? (1p)
 8. Definiera begreppen nivåkurva och gradient till en funktion $f(x, y)$ samt visa att (7p)
under lämpliga förutsättningar så är gradienten i en punkt (a, b) vinkelrät mot tangenten till nivåkurvan genom (a, b) .

Lycka till! / Sven