

Tentamen i Matematisk analys i flera variabler för AT1, MVE 115

2014 08 30 kl. 08.30–12.30.

Hjälpmedel: Inga hjälpmedel, ej heller räknedosa

Examinator: Sven Järner.

Telefon: Åse Fahlander 0703 08 83 04

För godkänt krävs 20 poäng. Betyg 3: 20–29 poäng. Betyg 4: 30–39 poäng. Betyg 5: över 40 poäng. Bonuspoäng från VT 2014 ingår. Lösningar och besked om rättning lämnas på kursens hemsida.

Skriv program och inskrivningsår på omslaget. Skriv din personliga kod på samtliga inlämnade papper.

-
1. Låt $f(x, y) = x \arctan y - ye^{x+y}$
 - (a) Ange ekvationen för den nivåkurva till f som går genom punkten $(1, -1)$. (2p)
 - (b) Ange i vilken riktning som f växer snabbast i punkten $(1, -1)$. (3p)
 - (c) Bestäm ekvationen för tangentplanet till ytan $z = f(x, y)$ i den punkt där $x = 1$ och $y = -1$. (3p)
 2. Visa att kurvintegralen $\int_C (ye^{xy} + 2xy) dx + (xe^{xy} + x^2 + 1) dy$ är oberoende av vägen samt beräkna densamma då C är en kurva som går från punkten $(3, 1)$ till punkten $(1, 3)$. (6p)
 3. Beräkna volymen av den kropp som ges av olikheterna
$$-\sqrt{1-x^2-y^2} \leq z \leq 1 - \sqrt{x^2+y^2}$$
(6p)
 4. Bestäm största och minsta värde av funktionen $f(x, y, z) = xyz$ då $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$, samt i vilka punkter dessa antas.. (6p)
 5. Beräkna arean av den del av sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ som bestäms av olikheterna $z > 0$, och $x^2 + y^2 < 2y$ (6p)
 6. Lös differentialekvationen $xf'_x + yf'_y = x + y$ för $y > 0$ genom att införa de nya variablerna u och v , där $u = x/y$ och $v = y$. Bestäm också den lösning som uppfyller $f(x, 1) = x^2 + x + 1$. (7p)
 7. Definiera begreppet riktningsderivata samt beskriv hur denna kan uttryckas med hjälp av gradienten. (4p)
 8. Låt $\mathbf{F} = (P, Q)$ vara ett vektorfält definierat i ett sammanhängande område D . Visa att om $\mathbf{F}$ är ett potentialfält så beror $\int_C \mathbf{F} \bullet d\mathbf{r}$ endast på kurvans C :s startpunkt och slutpunkt. (7p)

Lycka till! / Sven