

Jag gick igenom:

- FEM i 2 variabler (FEM2)
- Introduktion till
Datorövning 5.
- Jämförelse mellan
linjär elasticitet
och värmeledning.
(nästa sida)

Linjär elasticitet

Ekvationerna för linjär elasticitet har samma matematiska form som ekvationerna för värmeledning. För jämförelse skriver jag de senare inom klammer {...}.

Jämviktsekvation: (konservering av impuls-moment)

$$(1) \quad -\nabla \cdot \sigma = K \quad \text{i } D$$

$$\{\nabla \cdot F = f \text{ i } D\}$$

På komponentform:

$$-\sum_{j=1}^3 \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = K_i, \quad i=1, \dots, 3$$

$$\sigma = (\sigma_{ij})_{i,j=1}^3 \text{ spänningstensorn } \left[\frac{N}{m^2} \right] \quad (3)$$

$$K = (K_i)_{i=1}^3 \text{ volymskraft } \left[\frac{N}{m^3} \right]$$

(t ex tyngdkraft)

Konstitutiv lag (materialets egenskaper): Hookes lag

$$(2) \quad \sigma = 2\mu \varepsilon + \lambda \text{Tr}(\varepsilon) \mathbb{I} \quad \{ F = -a \nabla u \}$$

På komponentform:

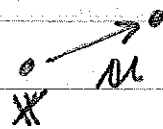
$$\sigma_{ij} = 2\mu \varepsilon_{ij} + \lambda \left(\sum_{k=1}^3 \varepsilon_{kk} \right) \delta_{ij}$$

$$\mathbb{I} = (\delta_{ij})_{i,j=1}^3 \text{ enhetsmatrisen}$$

$$\varepsilon = (\varepsilon_{ij})_{i,j=1}^3 \text{ töjningstensorn } [1] \text{ dimensionlös}$$

$$(3) \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

$$u = (u_i)_{i=1}^3 \text{ förskjutningsvektor } [m]$$



λ, μ Lamé-konstanter

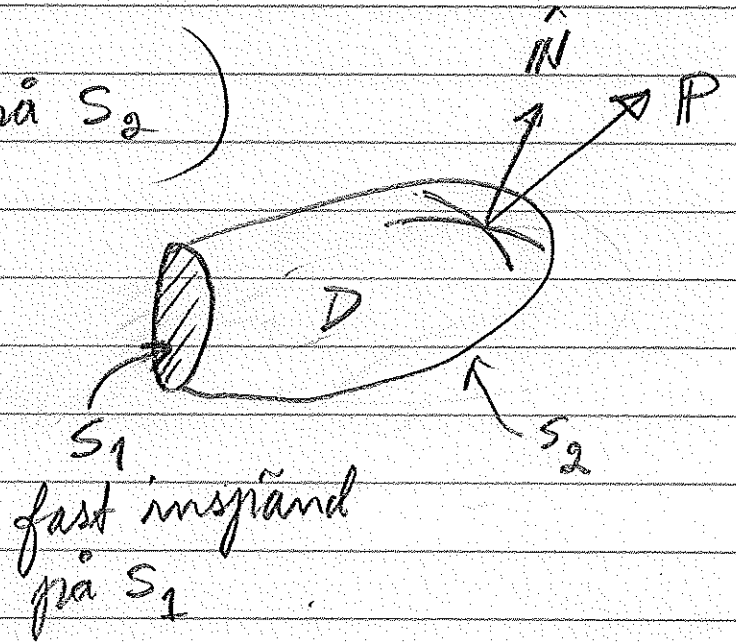
Randvillkor:

(4)

$$\begin{cases} u = 0 & \text{på } S_1 \\ \sigma \hat{N} = P & \text{på } S_2 \end{cases} \quad \{ F \cdot \hat{N} = k(u - u_A) - g \}$$

$$\left(\sum_{j=1}^3 \sigma_{ij} n_j = P_i \text{ på } S_2 \right)$$

$S = S_1 \cup S_2$
utan överlapp



$\sigma \hat{N}$ normalkomponent av inre spänning

$P = (P_i)_{i=1}^3$ pålagd ytkraft $\left[\frac{N}{m^2} \right]$

Om man sätter $i(2), (3)$ i (1), så får man en PDE för förskjutningen u . Genom att integrera partiellt och använda randvillkoren, får man en svag formulering och FEM.