MVE255 Analys i flera variabler M

DATORÖVNING 3 — EXTREMVÄRDESPROBLEM

Allmänt. Dokumentera ditt arbete i ett pdf-dokument. Spara detta till examinationen och så att du kan läsa på inför tentamen. Datorövningarna examineras genom duggorna i Maple TA. Dessutom kommer ett väsentligt antal tentamensfrågor handla om detta material.

Samarbete uppmuntras, men detta är inget grupparbete. Varje student måste göra sina egna datorprogram och sina egna dokument. Den som inte har full kontroll över detta klarar inte examinationen.

Mål. Att lära hur man löser extremvärdesproblem med Newtons metod i Matlab.

Litteratur. Adams 13.1–4.

Instruktioner. Låt $f : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}$ vara en funktion av n variabler. Uppgiften är att undersöka och klassificera funktionens kritiska punkter med följande metod.

(1) Gör en konturplot eller annan plot för att få en grov uppfattning om var de kritiska punkterna är. (Om det går att plotta.) Tips: `contour`, `surfc`, `slice`.

(2) De kritiska punkterna ges av ekvationssystemet

$$f'(x)^T = 0$$

Skriv en Matlab-funktion som beräknar funktionen $y = f'(x)^T$ numeriskt med hjälp av ditt program `jacobi.m` från Datorövning 2. Obs att transponeringen omvandlar radmatrisen $f'(x)$ till en kolonnmatris $f'(x)^T$. Detta är ju nödvändigt att skriva ekvationssystemet på kolonnform för att `newton.m` ska fungera.

(3) Lös ekvationssystemet med ditt Matlab-program `newton.m` från Datorövning 2. Använd informationen från plotten i punkt 1 ovan för att välja startpunkter.

(4) Klassificera varje kritisk punkt genom att beräkna egenvärdena till Hesse-matrisen med Matlab-programmet `eig`. Kom ihåg att Hesse-matrisen är Jacobi-matrisen till $f'(x)^T$ och den kan därför enkelt beräknas med ditt program `jacobi.m` från Datorövning 2.

Tips: se nästa sida.

Uppgift 1.

$$f(x) = (x_1^2 + x_1x_2 + 5x_2^2 + x_1 - x_2)e^{-(x_1^2+x_2^2)}$$

Uppgift 2.

$$f(x_1, x_2, x_3) = \tfrac{1}{3}x_1^3 + x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 7x_1 + 8$$

Denna har två kritiska punkter.

Uppgift 3. Lagranges multiplikatormetod. Bestäm max och min av $f(x, y, z) = xyz$ på sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 12$. (Adams 13.3: 9)

Date: 2015–04–21, Stig Larsson, Matematiska vetenskaper, Chalmers tekniska högskola.

Example 6 in lecture 3.2

```
f(x,y,z) = x^2 y + y^2 z + z^2 - 2x
```

```
f = @(x) ( x(1)^2*x(2) + x(2)^2*x(3) + x(3)^2 - 2*x(1) );

Df = @(x) ( jacobi(f,x)' )   % gradienten

x0 = [1;1;1]                 % startgissning f?r newton

Df(x0)                       % test av gradienten
```

```
Df =

    @(x)(jacobi(f,x)')


x0 =

     1
     1
     1


ans =

    0.0000
    3.0000
    3.0000
```

```
x = newton(Df,x0,1e-6)   % kritisk punkt
```

```
x =

    1.0000
    1.0000
   -0.5000
```

```
D2f = @(x) ( jacobi(Df,x) ) ;   % Hessematrisen

H = D2f(x)

lambda = eig(H)

y = f(x)                          % vardet av f i x
```

```
H =
```

```
     2.0000    2.0000         0
     2.0000   -1.0000    2.0000
          0    2.0000    2.0000


lambda =

    -2.7016
     2.0000
     3.7016


y =

    -1.2500
```

Published with MATLAB® R2014b