April 30, 2018

Testuppgifter LV 3

U 1. *Räkna ut gradienten av följande funktioner:*
a) $f(x, y) = x^2 + y \sin x$,
b) $f(x, y) = x + 1 + e^y$,
c) $f(x, y, z) = x^3 y + y \sin x$,
d) $f(x, y, z) = xyz + \sin x \sin y \sin z$.

U 2. *Räkna ut riktiningsderivatan av följande funktioner i respektive riktningar:*
a) $f(x, y) = x^2, u = (1, 1)$,
b) $f(x, y) = x + 1 + e^y, u = (1, 0)$,
c) $f(x, y, z) = x^3 + 3yz, u = (1, 2, 2)$.

U 3. *Bestäm andra ordningens Taylorpolynom för* $f(x, y) = sin(xy)$ *runt punkten* $(1, \pi)$.

U 4. *Linjarisera* $f(x, y) = x^2 + y$ *runt punkten* $(1, 2)$.

U 5. *Avgör i följande fall om* (x, y) *är en inre punkt, yttre punkt eller randpunkt:*
a) $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}, (x, y) = (1, 0)$,
b) $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 < 1\}, (x, y) = (0, 1)$,
c) $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 = 1\}, (x, y) = (0, 0)$,
d) $D = \{(x, y) : x > 0, y > 0\}, (x, y) = (0, 0)$.

U 6. *Avgör om följande mängder är slutna eller öppna:*
a) $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$,
b) $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 < 1\}$,
c) $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 = 1\}$,
d) $D = \{(x, y) : x > 0, y > 0\}$.

U 7. *Avgör om följande mängder är begränsade eller ej:*
a) $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$,
b) $D = \{(x, y) : x^2 < 1, y > 0\}$,
c) $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 = 1\}$,
d) $D = \{(x, y) : x > 0, y > 0\}$.

U 8. *Avgör om följande funktioner, definierade på hela* $\mathbb{R}^2$*, är begränsade eller ej:*
a) $f(x, y) = x^2 + y^2$,
b) $f(x, y) = \sin x + \sin y$,
c) $f(x, y) = e^{-x^2 - y^2}$,
d) $f(x, y) = x - y$.

U 9. *Hitta alla kritiska punkter till följande funktioner:*
a) $f(x, y) = x^2 + y \sin x$,
b) $f(x, y) = x + 1 + e^y$,
c) $f(x, y, z) = x^3 y + y \sin x$,
d) $f(x, y, z) = xyz + \sin x \sin y \sin z$.

U 10. *Avgör vilken typ de kritiska punkterna i föregående uppgift har.*

U 11. *Hitta max och min till funktionerna i Uppgift 8 på triangeln* $T = \{(x, y) : x + y < 1, x > 0, y > 0\}$.