Linjära avbildningar

Övningen handlar om att bekanta sig med linjära avbildningar med homogena koordinater i $\mathbb{R}^2$ och $\mathbb{R}^3$. De "vanliga" koordinaterna (x_1, x_2) respektive (x_1, x_2, x_3) representeras som homogena koordinater av $(x_1, x_2, 1)$ respektive $(x_1, x_2, x_3, 1)$.

Ni kommer att bl a att konstruera ett antal funktioner som ni sedan ska anropa. För att skapa funktioner i Matlab så skapar man en fil där första raden är på formen

function utparametrar=funktionensNamn(inparameter1,inparameter2,...)

och sparar den som funktionensNamn.m. Denna kan man sedan anropa som vilken Matlab-funktion som helst. Se vidare i hjälpen om *function*.

1. Denna deluppgift handlar om linjära avbildningar i $\mathbb{R}^2$ med homogena koordinater. Konstruera Matlab-funktioner som

   (a) har inparameter s och som ger den 3×3-matris som svarar mot skalning med s.

   (b) har inparameter t och som ger den 3×3-matris som svarar mot rotation t radianer moturs kring origo.

   (c) har inparametrar x och y och som ger den 3×3-matris som svarar mot translation med (x, y).

2. Vi ska nu använda oss av de funktioner ni skapade i förra deluppgiften. Börja med att skapa en $3 \times n$-matris X som ska representera er favoritfigur (polygon) i $\mathbb{R}^2$. Varje kolumn ska svara mot (homogena) koordinaterna för ett hörn i figuren. För att få t ex enhetskvadraten så tar man

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

   (Men lite mer fantasi än så hoppas jag ni har.) Ni ska nu plotta er fina figur och en massa avbildningar av den. Två tips som är användbara för att få det att se snyggt ut:

   - *axis equal* - ange i början för att få samma skala på båda axlarna.
   - *axis ([xmin xmax ymin ymax])* - ange efter varje *plot*-kommando för att få samma skala på axlarna hela tiden.

   Man kan använda sig av paret *getframe* och *movie* för att spara bilder som en film och sedan visa den. Se hjälpen om *movie* för att få lite idéer.

   (a) Antag att 3×3-matrisen A representerar en linjär avbildning i homogena koordinater. Hur räknar man ut bilden av er figur som beskrivs med matrisen X? (Observera att det ska vara en mycket kort formel.)

   (b) Gör en film som först successivt krymper er figur och sedan återför den till sin ursprungliga storlek.

(c) Gör en film som roterar er figur kring origo.

(d) Gör en film som roterar er figur kring punkten $(2, 2)$.

(e) Gör en film som samtidigt som den roterar er figur kring punkten $(2, 2)$ också krymper och senare återför den till ursprunglig storlek.

3. Vi övergår nu till linjära avbildningar i $\mathbb{R}^3$ med homogena koordinater. Konstruera Matlab-funktioner som

   (a) har inparameter s och som ger den 4×4-matris som svarar mot skalning med s.

   (b) har inparameter t och som ger den 4×4-matris som svarar mot rotation t radianer moturs kring z-axeln.

   (c) har inparametrar x, y och z och som ger den 4×4-matris som svarar mot translation med (x, y, z).

4. Vi ska nu använda oss av funktionerna ifrån förra deluppgiften. Börja med att skapa en $4 \times n$-matris X som innehåller punkterna för en figur i $\mathbb{R}^3$. Om ni vill kan ni ta enhetskuben som finns att hämta på hemsidan.

   (a) På sidan 179 (eller 163 beroende på version, avsnitt 2.7 i alla fall) i boken beskrivs hur man får fram koordinaterna för perspektivprojektion av en 3-dimensionell figur på xy-planet när betraktaren är i punkten $(0, 0, d)$. Er uppgift är att generalisera detta till en godtycklig betraktelsepunkt. Ni får förutsätta att figuren är mellan betraktaren och planet. Ni ska göra en funktion som givet en punkt p och en punkt b (givna i homogena koordinater) ger perspektivprojektionen av p i xy-planet om betraktaren befinner sig i b.

   (b) Ni ska nu göra om er funktion ifrån förra uppgiften så att den klarar av att ta emot en $4 \times n$-matris med n punkter och som returnerar en $4 \times n$-matris med dessa punkters projektion.

   (c) Applicera er funktion ifrån förra deluppgiften på er figur (matrisen X) med några olika betraktelsepunkter. Gör en film som visar er figur i perspektiv när betraktaren åker runt lite.

   (d) Gör en film på projektionen av er figur med fix betraktare där figuren roterar, åker runt och ändrar storlek. Använd era funktioner ifrån uppgift 3.

   (e) Gör till slut en film som kombinerar de två senaste deluppgifterna, d v s en figur som ändras samtidigt som betraktaren åker runt.

Uppgifterna ska redovisas skriftligt till Stefan. Sista inlämningsdag är måndagen den 21 september klockan 12:00. Instruktioner för redovisningen finns på hemsidan. Läs dessa noggrant!