

Föreläsning 1, Linjär algebra AT 2008.

Linjärt ekvationssystem

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 2 \\ 6x_1 + 2x_2 + 6x_3 - x_4 = 7 \\ 4x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 10 \end{cases}$$

Dess totalmatris

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 2 \\ 6 & 2 & 6 & -1 & 7 \\ 4 & -1 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}$$

Reducera till trappstegsform med elementära radoperationer

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 2 \\ 0 & -7 & -6 & -16 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & 8 & 15 \end{bmatrix}$$

Reducerad trappstegsform

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -59/42 & 59/42 \\ 0 & 1 & 0 & 32/7 & 9/7 \\ 0 & 0 & 1 & -8/3 & -5/3 \end{bmatrix}$$

Lösning

$$\begin{cases} x_1 = \frac{59}{42} + \frac{59}{42}x_4 \\ x_2 = \frac{9}{7} - \frac{32}{7}x_4 \\ x_3 = -\frac{5}{3} + \frac{8}{3}x_4 \\ x_4 \text{ fri} \end{cases} \iff \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{59}{42} \\ \frac{9}{7} \\ -\frac{5}{3} \\ 0 \end{bmatrix} + x_4 \begin{bmatrix} \frac{59}{42} \\ -\frac{32}{7} \\ \frac{8}{3} \\ 1 \end{bmatrix}$$

Vektorer i \mathbb{R}^n

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} \quad \mathbf{u} + \mathbf{v} = \begin{bmatrix} u_1 + v_1 \\ u_2 + v_2 \\ \vdots \\ u_n + v_n \end{bmatrix} \quad c\mathbf{u} = \begin{bmatrix} cu_1 \\ cu_2 \\ \vdots \\ cu_n \end{bmatrix}$$

Linjärkombination av vektorerna $\{\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_r\}$ är

$$c_1\mathbf{v}_1 + \dots + c_r\mathbf{v}_r, \text{ med } c_i \in \mathbb{R}$$

Span $\{\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_r\}$ är mängden av alla linjärkombinationer av vektorerna.

Linjärt ekvationssystem som vektorekvation

$$x_1 \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix} + x_2 \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} + x_3 \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ -1 \end{bmatrix} + x_4 \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \\ 10 \end{bmatrix}$$