Föreläsning 3, Linjär algebra AT.

$A = (a_{ij})$ och $B = (b_{ij})$ $m \times n$-matriser, $c \in \mathbb{R}$. Addition och multiplikation med skalär:

$$A + B = (a_{ij} + b_{ij}) \text{ och } cA = (ca_{ij}).$$

$A = [\mathbf{a}_1 \dots \mathbf{a}_n]$ en $m \times n$-matris och $B = [\mathbf{b}_1 \dots \mathbf{b}_r]$ en $n \times r$-matris. Multiplikation:

$$AB = [A\mathbf{b}_1 \dots A\mathbf{b}_r], \text{ där } A\mathbf{b}_j = b_{1j}\mathbf{a}_1 + \dots + b_{nj}\mathbf{a}_n.$$

På elementnivå blir det $(AB)_{ij} = a_{i1}b_{1j} + \dots + a_{in}b_{nj}$.

Räkneregler:

- $A(B + C) = AB + AC$
- $(B + C)A = BA + BC$
- $A(BC) = (AB)C$
- $AB \neq BA$ i allmänhet

Transponatet A^T av en matris A har A:s rader som kolumner och vice versa.

- $(A + B)^T = A^T + B^T$
- $(A^T)^T = A$
- $(cA)^T = cA^T$
- $(AB)^T = B^T A^T$

Invers till $n \times n$-matris A är matris A^{-1} sådan att $AA^{-1} = A^{-1}A = I_n$

- $(A^{-1})^{-1} = A$
- $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
- $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$

En elementär matris är en matris som kan bildas av en elementär radoperation på identitetsmatrisen. Tre typer:

Multiplicera rad: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ Byta rader: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ Multipel av rad: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ c & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Elementär radoperation på matris svarar mot vänstermultiplikation med motsvarande elementära matris