Föreläsning 6, Linjär algebra AT.

Ett vektorrum består av en mängd V med addition och multiplikation med skalär. Dessa ska uppfylla följande 10 axiom för alla $\mathbf{u}$,$\mathbf{v}$,$\mathbf{w}\in V$ och alla $c, d \in \mathbb{R}$.

1. $\mathbf{u} + \mathbf{v} \in V$
2. $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$
3. $\mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w}) = (\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w}$
4. Finns $\mathbf{0} \in V$ sådan att $\mathbf{0} + \mathbf{v} = \mathbf{v}$
5. Finns $-\mathbf{v} \in V$ sådan att $\mathbf{v} + (-\mathbf{v}) = \mathbf{0}$
6. $c\mathbf{v} \in V$
7. $c(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = c\mathbf{u} + c\mathbf{v}$
8. $(c + d)\mathbf{u} = c\mathbf{u} + d\mathbf{u}$
9. $c(d\mathbf{u}) = (cd)\mathbf{u}$
10. $1\mathbf{u} = \mathbf{u}$

Ett delrum till ett vektorrum V är en delmängd $H \subseteq V$ som uppfyller

1. $\mathbf{0} \in H$
2. Om $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in H$ så $\mathbf{u} + \mathbf{v} \in H$
3. Om $\mathbf{u} \in H$ och $c \in \mathbb{R}$ så $c\mathbf{u} \in H$

Nollrummet till en $m \times n$-matris A,

$$\operatorname{Nul} A = \{\mathbf{x} : A\mathbf{x} = \mathbf{0}\},$$

är ett delrum till $\mathbb{R}^n$.

Kolumnrummet till en $m \times n$-matris A,

$$\operatorname{Col} A = \operatorname{Span}\{\mathbf{a}_1, \ldots, \mathbf{a}_n\} = \{\mathbf{b} : A\mathbf{x} = \mathbf{b} \text{ för något } \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n\},$$

är ett delrum till $\mathbb{R}^m$.

En linjär avbildning från ett vektorrum V till ett annat vektorrum W är en funktion $f : V \longrightarrow W$ sådan att för alla $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in V$ och $c \in \mathbb{R}$ så gäller

$$f(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = f(\mathbf{u}) + f(\mathbf{v}) \text{ och } f(c\mathbf{v}) = cf(\mathbf{v}).$$