Föreläsning 8, Linjär algebra AT.

Låt $B = \{\mathbf{b}_1, \ldots, \mathbf{b}_n\}$ och $F = \{\mathbf{f}_1, \ldots, \mathbf{f}_n\}$ vara två baser för $\mathbb{R}^n$ och $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$. Då gäller att

$$[\mathbf{x}]_B = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 & \cdots & \mathbf{b}_n \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 & \cdots & \mathbf{f}_n \end{bmatrix} [\mathbf{x}]_F.$$

Låt A vara $n \times n$-matris. En vektor $\mathbf{x} \neq 0$ sådan att

$$A\mathbf{x} = \lambda \mathbf{x}, \text{ för något } \lambda \in \mathbb{R}$$

kallas för en egenvektor till A med egenvärdet λ.

Egenvektorer till egenvärdet λ tillsammans med $\mathbf{0}$ utgörs av $\operatorname{Nul}(A - \lambda I)$, d v s lösningarna till $(A - \lambda I)\mathbf{x} = \mathbf{0}$ som är ett delrum till $\mathbb{R}^n$.

För små matriser kan man bestämma egenvärdena med karakteristiska ekvationen

$$\det(A - \lambda I) = 0.$$

Egenvärdena för en triangulär matris är elementen på diagonalen.

Om $\{\mathbf{v}_1, \ldots, \mathbf{v}_r\}$ är egenvektorer till r olika egenvärden så är $\{\mathbf{v}_1, \ldots, \mathbf{v}_r\}$ linjärt oberoende.

Om $A\mathbf{v} = \lambda \mathbf{v}$ så är

$$A^k \mathbf{v} = \lambda^k \mathbf{v} \text{ och } A^{-1}\mathbf{v} = \frac{1}{\lambda}\mathbf{v}.$$