Föreläsning 10, Linjär algebra AT.

Diskret dynamiskt system:

$$\mathbf{x}_{k+1} = A\mathbf{x}_k$$

med A en $n \times n$-matris ger $\mathbf{x}_k = A^k\mathbf{x}_0$ och om A har n linjärt oberoende egenvektorer $\mathbf{v}_1, \ldots, \mathbf{v}_n$ så är $\mathbf{x}_0 = c_1\mathbf{v}_1 + \cdots + c_n\mathbf{v}_n$ och

$$\mathbf{x}_n = A^n(c_1\mathbf{v}_1 + \cdots + c_n\mathbf{v}_n = c_1\lambda_1^k\mathbf{v}_1 + \cdots + c_n\lambda_n^k\mathbf{v}_n.$$

Linjärt system av differentialekvationer:

$$\mathbf{x}' = A\mathbf{x},$$

där A är en $n \times n$-matris,

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \text{ och } \mathbf{x}' = \begin{bmatrix} x_1'(t) \\ \vdots \\ x_n'(t) \end{bmatrix}.$$

Allmänna lösningen till denna, om A har n linjärt oberoende egenvektorer $\mathbf{v}_1, \ldots, \mathbf{v}_n$ med motsvarande egenvärden $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$, är

$$\mathbf{x}(t) = c_1\mathbf{v}_1e^{\lambda_1 t} + \cdots + c_n\mathbf{v}_ne^{\lambda_n t}.$$