

# MVE 275 Linjär algebra AT, Ht 13

## Vecko-PM läsvecka 3

### Lay: 3.1-3.3 Determinanter

I kapitel 3.1 introduceras *determinanten* till en kvadratisk matris. Detta studerade vi i den inledande kursen, men då bara för  $2 \times 2$ - och  $3 \times 3$ -matriser. Sats 3.1 tillsammans med sats 3.3 i avsnitt 3.2 är väsentlig vid determinantberäkning. Väsentligt är att acceptera att det finns en enkel regel som gäller tvåradiga matriser, en inte fullt så enkel för treradiga matriser (Sarrus regel). Det finns ingen liknade beräkningsmetod för större matriser, i allmänhet är det den algoritm som erhålls från Sats 3.3 som ger det mest effektiva beräkningssättet.

Sats 3.2, om determinanten av en triangulär matris, leder till sats 3.4, som är ett viktigt tillägg till sats 2.8 i kapitel 2. Nämligen att en matris är inverterbar om och endast om dess determinant inte är 0.

*Cramers regel* i avsnitt 3.3 ger en formel för beräkning av lösning till ekvationssystem, en obekant i taget. Beviset, som du bör lära dig, utnyttjar determinantens multiplikativa egenskap. En hel del av tidigare idéer används också. Metoden är inte direkt ämnad för praktiskt bruk då man löser ekvationssystem, men ger en möjlighet att beskriva lösningen eller del av den. Detta är värdefullt i en del tillämpningar, därför skall du kunna den.

Area och volymberäkning med determinant är delvis repetition från er första kurs i analys. Tillämpningen i sats 3.10 är väsentlig vid variabelsubstitution i dubbelintegraler (även trippelintegraler eller med ännu fler variabler, se er tidigare kurs i flervariabelanalys).

### Lärmål:

För att bli godkänd på kursen skall du kunna:

| Lay | Mål                                                                                      |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3.1 | beräkna determinanten för en matris av godtycklig storlek med hjälp av sats 3.1          |
| 3.2 | förenkla kalkylerna med hjälp av sats 3.2, 3.3 och 3.5                                   |
| 3.2 | utnyttja sats 3.4 för att avgöra om en matris är inverterbar                             |
| 3.2 | tillämpa sats 3.6 i problemlösning                                                       |
| 3.3 | utnyttja Cramers regel (sats 3.7) i problemlösning                                       |
| 3.3 | redogöra för determinantens tolkning som area- eller volymskala för en linjär avbildning |

För överbetyg skall du också kunna:

| Lay | Mål                                                                                  |
|-----|--------------------------------------------------------------------------------------|
| 3.2 | bevisa att en matris $A$ är inverterbar om och endast om $\det(A) \neq 0$ (sats 3.4) |
| 3.3 | bevisa Cramers regel (sats 3.7)                                                      |
| 3.3 | bevisa sats 3.10                                                                     |

### Rekommenderade uppgifter

(PP är förkortning av Practice problems. Här menas att du bör inleda med att göra alla dessa. Du hittar dem direkt före övningarna till respektive avsnitt.)

| Avsnitt | Godkäntnivå                    |                       | Överbetygsnivå |
|---------|--------------------------------|-----------------------|----------------|
|         | Instuderingsuppgifter          | Träningsuppgifter     |                |
| 3.1     | PP, 3, 15, 19, 20, 21, 37      | 7, 17                 |                |
| 3.2     | PP, 1, 3, 5, 7, 11, 21, 25, 29 | 9, 15, 17, 19, 27, 37 | 32, 39, 43     |
| 3.3     | PP, 1, 5, 13                   | 19, 21, 23            | 26, 27, 32     |