

Tentamen i Matematik A för SI1, MVE 335

2010 01 11 kl. 8.30–12.30.

Hjälpmedel: Chalmersgodkänd räknedosa, räknesticka. Formelsamling finns på baksidan.

Telefon: Sven Järner, 0730 211005. För godkänt krävs 20 poäng. Betyg 3: 20–29 poäng. Betyg 4: 30–39 poäng. Betyg 5: över 40 poäng. Bonuspoäng från hösten 2009 ingår. Lösningar och besked om rättning lämnas på kursens hemsida:

www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve335/0910

Skriv program och inskrivningsår på omslaget. Skriv din personliga kod på samtliga inlämnade papper.

-
1. En rätvinklig triangel har kateterna 3 respektive 2 cm.
 - (a) Beräkna hypotenusan. (2p)
 - (b) Beräkna vinklarna. (4p)
 2.
 - (a) Lös andragradsekvationen $x^2 + 3x - 10 = 0$ (3p)
 - (b) Faktoruppdelat polynomet $10 - 3x - x^2$ (2p)
 - (c) Bestäm största värdet av $10 - 3x - x^2$ (2p)
 3. Lös ekvationerna
 - (a) $(x^3 + 9)^{\frac{2}{3}} = 4$ (2p)
 - (b) $\lg(5x - 1) + \lg(2x + 1) = 2\lg x + 1$ (4p)
 4. En triangel har sidlängderna 4, 5 respektive 6 meter.
 - (a) Bestäm alla vinklarna i triangeln. (5p)
 - (b) Beräkna arean av triangeln. (3p)
 5. Förenkla uttrycken
 - (a)
$$\frac{\frac{a^2-b^2}{a-b} + \frac{a^2-b^2}{a+b}}{\frac{a^2-b^2}{a-b} - \frac{a^2-b^2}{a+b}}$$
 (3p)
 - (b)
$$\frac{(x^2)^3 + x^{(2^3)} + (x^3)^2}{x^2 x^3}$$
 (3p)
 6. Två komplexa tal är givna: $w_1 = 1 + 5i$ och $w_2 = 2 - 3i$.
 - (a) Beräkna $|w_2 - \overline{w_1}|$ (2p)
 - (b) Lös ekvationen $w_2 z = w_1$ och skriv lösningen på formen $x + iy$ (4p)
 7. Vektorerna $\mathbf{v} = (-2, 5)$ och $\mathbf{u} = (1, 3)$ är givna
 - (a) beräkna vinkeln mellan $\mathbf{v}$ och $\mathbf{u}$ (3p)
 - (b) Bestäm en vektor som är vinkelrät mot $\mathbf{u}$ och som har längden 1. (3p)
 8. Rita en figur som tydligt visar hur rötterna till ekvationen $z^6 = -8$ ligger i det komplexa talplanet. (5p)

Formelblad

Trigonometriska formler

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$2 \sin x \cos y = \sin(x + y) + \sin(x - y)$$

$$2 \sin x \sin y = \cos(x - y) - \cos(x + y)$$

$$2 \cos x \cos y = \cos(x - y) + \cos(x + y)$$

Hérons formel $T = \frac{1}{4} \sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)}$

Sinussatsen $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$

Cosinussatsen $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

Areasatsen $T = \frac{ab \sin C}{2}$

Arean av en ellips $= \pi ab$

Volymen av en ellipsoid $= \frac{4\pi abc}{3}$

Volymen av en cylinder $= (\text{Basarean}) \cdot (\text{höjden})$

Volymen av en kon $= \frac{(\text{Basarean}) \cdot (\text{höjden})}{3}$

Arean av en sfär $= 4\pi r^2$

Arean av mantelytan för en

cirkulär cylinder $= 2\pi rh$

cirkulär kon $= \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$

Eulers formler: $\cos \alpha = \frac{1}{2}(e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}), \quad \sin \alpha = \frac{1}{2i}(e^{i\alpha} - e^{-i\alpha})$

de Moivres formel $(e^{i\alpha})^n = e^{in\alpha}$