

Tentamen i Matematik A för SI1, MVE 335

2010 10 20 kl. 8.30–12.30.

Hjälpmedel: Chalmersgodkänd räknedosa, räknesticka. Formelsamling finns på baksidan.

Telefon: Sven Järner, 0730 211005. För godkänt krävs 20 poäng. Betyg 3: 20–29 poäng. Betyg 4: 30–39 poäng. Betyg 5: över 40 poäng. Bonuspoäng från hösten 2010 ingår. Lösningar och besked om rättning lämnas på kursens hemsida:

www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve335/1011

Skriv program och inskrivningsår på omslaget. Skriv din personliga kod på samtliga inlämnade papper.

1. I en rätvinklig triangel är hypotenusan 6 cm och en vinkel 30° .

- (a) Beräkna den tredje vinkeln (exakt). (1p)
- (b) Beräkna längden av de andra 2 sidorna (kateterna). (3p)
- (c) Beräkna arean av triangeln. (2p)

I (b) och (c) är det OK att svara med uttryck som innehåller rottecken.

2. (a) Bestäm, m.h.a. kvadratkomplettering, minsta värdet av $x^2 - 2x + 5$ då x är reellt. (3p)
- (b) Bestäm de komplexa rötterna till $z^2 - 2z + 5$ (4p)

3. Förenkla uttrycken så långt som möjligt.

- (a) $\frac{a^3 a^{1-3x} (a^{-2} b^{2x})^2}{(b^3 a^{-2})^x}$ (3p)
- (b) $\frac{x^5 - 16x}{(x^2 + 4)(x^2 + 2x)}$ (3p)

4. I en triangel är en vinkel 60° , en av de närliggande sidorna är 3 cm och motstående sida 4 cm. Bestäm resterande vinklar och sida. (6p)

5. Tre vektorer är givna: $\mathbf{u} = (3, -2)$ och $\mathbf{v} = (1, 3)$ och $\mathbf{w} = (4, 1)$.

- (a) Vilken av vektorerna är längst, dvs har störst belopp? (2p)
- (b) Beräkna $2\mathbf{u} + \mathbf{v} - \mathbf{w}$. (2p)
- (c) Bestäm en vektor som är vinkelrät mot $\mathbf{u}$ och som har beloppet 5. (3p)

6. Lös ekvationerna

- (a) $\frac{z-2}{z+i} = i$. (z komplext) (3p)
- (b) $\lg(x-1) - \lg(x+1) + 1 = \lg 5$. (x reellt) (3p)

7. Partialbråksuppdelning av det rationella uttrycket $\frac{x^2 - x - 1}{x^2 - x}$. (6p)

8. Bestäm samtliga lösningar till ekvationen (6p)

$$\cos\left(3x + \frac{\pi}{12}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{12}\right) = 0.$$

Formelblad

Trigonometriska formler

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$2 \sin x \cos y = \sin(x + y) + \sin(x - y)$$

$$2 \sin x \sin y = \cos(x - y) - \cos(x + y)$$

$$2 \cos x \cos y = \cos(x - y) + \cos(x + y)$$

Hérons formel $T = \frac{1}{4} \sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)}$

Sinussatsen $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$

Cosinussatsen $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

Areasatsen $T = \frac{ab \sin C}{2}$

Arean av en ellips $= \pi ab$

Volymen av en ellipsoid $= \frac{4\pi abc}{3}$

Volymen av en cylinder $= (\text{Basarean}) \cdot (\text{höjden})$

Volymen av en kon $= \frac{(\text{Basarean}) \cdot (\text{höjden})}{3}$

Arean av en sfär $= 4\pi r^2$

Arean av mantelytan för en

cirkulär cylinder $= 2\pi rh$

cirkulär kon $= \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$

Eulers formler: $\cos \alpha = \frac{1}{2}(e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}), \quad \sin \alpha = \frac{1}{2i}(e^{i\alpha} - e^{-i\alpha})$

de Moivres formel $(e^{i\alpha})^n = e^{in\alpha}$