

Tentamen i Matematik 1 för SI1, MVE 335

2011 10 21 kl. 08.30–12.30.

Hjälpmedel: Chalmersgodkänd räknedosa. Formelsamling finns på baksidan.

Telefon: Reimond Emanuelsson, tel 7725888 eller 0708 948456.

För godkänt krävs 20 poäng. Betyg 3: 20–29 poäng. Betyg 4: 30–39 poäng. Betyg 5: över 40 poäng.

Bonuspoäng från hösten 2011 ingår. Lösningar och besked om rättning lämnas på kursens hemsida:

www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve335/1112

Skriv program och inskrivningsår på omslaget. Skriv din personliga kod på samtliga inlämnade papper.

1. I en rätvinklig triangel är den ena kateten 1 cm och hypotenusan 2 cm.

- (a) Beräkna längden av den andra kateten. (2p)
- (b) Beräkna arean av triangeln. (2p)
- (c) Beräkna återstående vinklar. (3p)

Svaren skall ges exakt. (Det är OK att svara med uttryck som innehåller rottecken.)

2. Bestäm de komplexa (eventuellt reella) rötterna till ekvationerna.

- (a) $x^2 + 4x + 3 = 0$. (2p)
- (b) $z^2 + 4z + 5 = 0$. (3p)
- (c) Bestäm minsta värdet av $z^2 + 4z + 5$ då z är reellt. (3p)

3. I en triangel har två av sidorna båda längden 3 meter och den tredje sidan längden 5 meter. Bestäm alla vinklar. (6p)

(Här får man svara med närmevärden)

4. Givet en vektor $\mathbf{a} = (-3, 4)$

- (a) Bestäm en vektor som har samma riktning som $\mathbf{a}$ men med beloppet 1. (2p)
- (b) Bestäm en vektor som är vinkelrät mot $\mathbf{a}$ och har beloppet 1. (3p)

5. Låt $\mathbf{a} = (1, \frac{1}{2})$ och $\mathbf{b} = (-\frac{1}{3}, 1)$ vara två vektorer. Bestäm $\cos \alpha$ (exakt) om α är vinkeln mellan vektorn $2\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$ och vektorn $2\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$. (6p)

6. Två komplexa tal är givna, $z = -2 + 3i$ och $w = 1 + i$.

- (a) Beräkna $z\bar{w} + \bar{z}w$. (3p)
- (b) Skriv w på polär form, dvs på formen $re^{i\theta}$. (3p)

7. Lös ekvationerna

- (a) $\ln x = \ln 2 - \ln(x + 1)$ (3p)
- (b) $2^{x^2} = 4 \cdot 2^x$ (3p)

8. Bestäm på formen $a + bi$ en av rötterna till ekvationen $z^8 = -8 - 8\sqrt{3}i$. Rita sedan en tydlig figur som visar hur denna och övriga rötter ligger i det komplexa talplanet. (6p)

Formelblad

Trigonometriska formler

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$2 \sin x \cos y = \sin(x + y) + \sin(x - y)$$

$$2 \sin x \sin y = \cos(x - y) - \cos(x + y)$$

$$2 \cos x \cos y = \cos(x - y) + \cos(x + y)$$

Hérons formel $T = \frac{1}{4} \sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)}$

Sinussatsen $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$

Cosinussatsen $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

Areasatsen $T = \frac{ab \sin C}{2}$

Arean av en ellips $= \pi ab$

Volymen av en ellipsoid $= \frac{4\pi abc}{3}$

Volymen av en cylinder $= (\text{Basarean}) \cdot (\text{höjden})$

Volymen av en kon $= \frac{(\text{Basarean}) \cdot (\text{höjden})}{3}$

Arean av en sfär $= 4\pi r^2$

Arean av mantelytan för en

cirkulär cylinder $= 2\pi rh$

cirkulär kon $= \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$

Eulers formler: $\cos \alpha = \frac{1}{2}(e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}), \quad \sin \alpha = \frac{1}{2i}(e^{i\alpha} - e^{-i\alpha})$

de Moivres formel $(e^{i\alpha})^n = e^{in\alpha}$