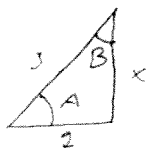


Lösningar till Matematik 1 för
Sjöingenjörer, MVE 335, 12/10/24

① a) $x^2 + 2^2 = 5^2$
 $x^2 = 9 - 4 = 5$
 $x = \sqrt{5}$



b) $\cos A = \frac{2}{5} \Rightarrow A \approx \underline{48,2^\circ}$

c) $\text{Area} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{5} = \underline{\sqrt{5}}$

② a) $2x^2 + 6x + 9 = 2(x^2 + 3x + \frac{9}{2}) = 2[(x + \frac{3}{2})^2 - \frac{9}{4} + \frac{9}{2}] =$
 $= 2[(x + \frac{3}{2})^2 + \frac{9}{4}] = 2(x + \frac{3}{2})^2 + \frac{9}{2}$
Vilket ger minsta värdet $\frac{9}{2}$ (för $x = -\frac{3}{2}$)

b) $2z^2 + 6z + 9 = 0 \Leftrightarrow (enl. *) (z + \frac{3}{2})^2 + \frac{9}{4} = 0$
dus $z + \frac{3}{2} = \pm \sqrt{-\frac{9}{4}} = \pm \frac{3}{2}i$ och
 $z = -\frac{3}{2} \pm \frac{3}{2}i$

③ a) Riktningssvektor: $v = (2, 3, 1) - (1, 0, -1) = (1, 3, 2)$
linjen: $(x, y, z) = (1, 0, -1) + t(1, 3, 2)$

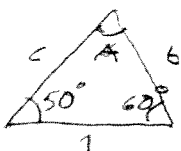
b) $x = 1 + t$ ger $1 + t = 3$, dus $t = 2$ och
 $(x, y, z) = (1, 0, -1) + 2(1, 3, 2) = \underline{(3, 6, 3)}$

④ $A = 180^\circ - 50^\circ - 60^\circ = \underline{70^\circ}$

Sinussatsen ger

$\frac{\sin 60^\circ}{c} = \frac{\sin 70^\circ}{1}$, $c = \frac{\sqrt{3}}{2 \sin 70^\circ} \approx \underline{0,92}$

$\frac{\sin 50^\circ}{b} = \frac{\sin 70^\circ}{1}$, $b = \frac{\sin 50^\circ}{\sin 70^\circ} \approx \underline{0,82}$



⑤ a) Skalarprodukten $= 0 = (x, -5) \cdot (2, 3) = 2x - 15$
Dus $2x = 15$ och $x = \frac{15}{2}$

b) $(1, 0, -1) \cdot (2, 3, 1) = |(1, 0, -1)| |(2, 3, 1)| \cos \theta$
 $1 \cdot 2 + 0 \cdot 3 - 1 \cdot 1 = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2} \sqrt{2^2 + 3^2 + 1^2} \cos \theta$
 $1 = \sqrt{2} \sqrt{14} \cos \theta$, $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{28}}$

⑥ $-1 = 4(x^2 + y^2 - 3x + y) = (\text{Kvadratkomplettera}) =$
 $= 4[(x - \frac{3}{2})^2 - \frac{9}{4} + (y + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}] = 4(x - \frac{3}{2})^2 + 4(y + \frac{1}{2})^2 - 10$
Dus $4(x - \frac{3}{2})^2 + 4(y + \frac{1}{2})^2 = 9$, $(x - \frac{3}{2})^2 + (y + \frac{1}{2})^2 = \frac{9}{4} = (\frac{3}{2})^2$
Medelpunkt: $(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$, radie $\frac{3}{2}$

⑧ a) $iz + 3 = 2(z - i) = 2z - 2i$,
 $2z - iz = 3 + 2i$, $(2 - i)z = 3 + 2i$
 $z = \frac{3 + 2i}{2 - i} = \frac{(3 + 2i)(2 + i)}{(2 - i)(2 + i)} = \frac{6 - 2 + 4i + 3i}{4 + 1} = \underline{\frac{4}{5} + \frac{7}{5}i}$

b) $\sin x = \cos(\frac{\pi}{2} - x)$ ger $\cos(\frac{\pi}{2} - 2x) = \cos x$
och $\pm k = \frac{\pi}{2} - 2x + n \cdot 2\pi$

1) $3x = \frac{\pi}{2} + n \cdot 2\pi$, $x = \frac{\pi}{6} + n \cdot \frac{2\pi}{3}$ eller

2) $x = \frac{\pi}{2} + n \cdot \pi$

⑦ $(2i)^3 - 2(2i)^2 + 4 \cdot 2i - 8 = -8i + 8 + 8i - 8 = 0$

Da' är även $-2i$ nollställe och en faktor är $(z - 2i)(z + 2i) = z^2 - 4i^2 = z^2 + 4$

Division ger $z^3 - 2z^2 + 4z - 8 = (z^2 + 4)(z - 2)$

Nollställena: $2i$, $-2i$ och 2