

Tentamen

MVE335 Matematik 1 för Sjöingenjörer

2014-10-31 14.00–18.00

Examinator: Joakim Becker, Matematiska vetenskaper

Telefonvakt och rond: Joakim Becker, telefon: 072 5167462

Hjälpmedel: bifogat formelblad, typgodkänd räknedosa

För godkänt på tentamen krävs antingen minst 5 poäng på varje uppgift, eller minst 25 poäng på hela godkänddelen. Poäng på duggor eller tentor enligt pingpong (HT14) får ersätta poängen på motsvarande uppgifter på denna tentamen. För betyg 4 eller 5 krävs dessutom 33 resp. 42 poäng sammanlagt på tentamens två delar. Bonuspoäng från introtentan används i turordning på uppgift 2, 3 och 4 och är giltiga till dess kursen ges nästa läsår.

Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar redovisas. Motivera och förklara så väl du kan.

Godkänddelen

1. (a) Förenkla $\frac{\sqrt{4a^4}}{\left(\frac{2}{a^{-1}}\right)^3}$ (2p)
- (b) Kvadratkomplettera $4 - 3x + x^2$ (2p)
- (c) Lös ekvationen $x + \sqrt{x+2} = 2$. (2p)
- (d) Skriv om $\frac{1}{2x-4} - \frac{x}{x^2-4}$ som *ett* bråk på så enkel form som möjligt. (2p)
2. (a) Lös ekvationssystemet (2p)
$$\begin{cases} x+3y -z = 1 \\ -2y +z = -3 \\ 2x \quad -4z = 3 \end{cases}$$
- (b) Lös ekvationen $x^3 - 11x - 6 = 0$ givet att en rot är $x = -3$. (2p)
- (c) Bestäm ekvationen för den räta linjen genom punkterna $(1, 1)$ och $(-1, 2)$. Ange också normalen till denna linje som går igenom punkten $(2, 3)$. (2p)
- (d) Ange ekvationen för cirkeln med centrum i $(-4, 1)$ och radie 2. Ange cirkelns skärningspunkter med x -axeln. (2p)
3. (a) Givet $\tan x = \frac{3}{2}$, $0 < x < \frac{\pi}{2}$, beräkna *exakt* $\cos x$ och $\sin x$. (2p)
- (b) Lös ekvationen $\sin 2x = -1$. Svara i radianer. (2p)
- (c) Givet vektorerna $\mathbf{u} = (2, 3)$ och $\mathbf{v} = (-4, 1)$, bestäm vinkeln mellan vektorerna $\mathbf{u}$ och $\mathbf{v}$. Svara i grader. (2p)
- (d) Ange på parameterform ekvationen för den räta linjen genom punkterna $(1, 2)$ och $(-3, 1)$. I vilken punkt skär den linjen $(x, y) = (5, 1) + t(4, -3)$? (2p)
4. (a) Fart över grund är 7 knop med kurs 160° . Strömmens fart är 2 knop med kurs 30° . Rita strömtriangeln och beräkna fartygets hastighet genom vatten (ange både fart och kurs). (4p)
- (b) Låt $z = i - 1$ och $w = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{\frac{-i\pi}{4}}$. Beräkna $z - w$ och $z \cdot w$. Svara på formen $x + iy$. (2p)
- (c) Givet att ekvationen $x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 2 = 0$ har en rot $x = i$, bestäm samtliga rötter till ekvationen. (2p)

Överbetygsdelen

Poäng på dessa uppgifter kan inte räknas in för att nå godkänt. Normalt krävs för poäng på uppgift att man redovisat en fullständig lösningsgång, som i princip lett, eller åtminstone skulle kunnat leda, till målet.

5. (a) Lös ekvationen $\sin 2x = \tan x$. Svara i radianer. (3p)
(b) Lös ekvationen $z^6 = -1$. Ge rötterna på formen $x + iy$. (3p)
6. Ett fartyg skall gå i kurs 150° över grund (ingen ström). Efter 6 M (nautiska mil) upptäcks att man istället gått i kurs 160° och behöver därefter korrigera kursen och köra ytterligare 2 M för att nå fram till målet. Hur långt var det till målet om man styrt rätt (dvs med kurs 150°) från början? Vilken kursändring behövde man göra efter 6 M? (6p)
7. Bestäm ekvationen för cirkeln genom punkterna $(-1, 3)$, $(2, 2)$ och $(3, 0)$. (6p)

Lycka till!

Formelblad

Trigonometriska formler

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$2 \sin x \cos y = \sin(x + y) + \sin(x - y)$$

$$2 \sin x \sin y = \cos(x - y) - \cos(x + y)$$

$$2 \cos x \cos y = \cos(x - y) + \cos(x + y)$$

Hérons formel $T = \frac{1}{4} \sqrt{(a + b + c)(a + b - c)(a - b + c)(-a + b + c)}$

Sinussatsen $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$

Cosinussatsen $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

Areasatsen $T = \frac{ab \sin C}{2}$

Arean av en ellips $= \pi ab$

Volymen av en ellipsoid $= \frac{4\pi abc}{3}$

Volymen av en cylinder $= (\text{Basarean}) \cdot (\text{höjden})$

Volymen av en kon $= \frac{(\text{Basarean}) \cdot (\text{höjden})}{3}$

Arean av en sfär $= 4\pi r^2$

Arean av mantelytan för en

cirkulär cylinder $= 2\pi rh$

cirkulär kon $= \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$

Eulers formler: $\cos \alpha = \frac{1}{2}(e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}), \quad \sin \alpha = \frac{1}{2i}(e^{i\alpha} - e^{-i\alpha})$

de Moivres formel $(e^{i\alpha})^n = e^{in\alpha}$