

Tentamen

MVE335 Matematik 1 för Sjöingenjörer

2015-01-02 08.30–12.30

Examinator: Joakim Becker, Matematiska vetenskaper

Telefonvakt och rond: Elin Solberg, telefon: 0734 407926

Hjälpmedel: bifogat formelblad, typgodkänd räknedosa

För godkänt på tentamen krävs antingen minst 5 poäng på varje uppgift, eller minst 25 poäng på hela godkänddelen. Redan godkända uppgifter enligt pingpong (HT14) behöver inte göras om. För betyg 4 eller 5 krävs dessutom 33 resp. 42 poäng sammanlagt. Bonuspoäng från introtentan används i turordning på uppgift 2, 3 och 4.

Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar redovisas. Motivera och förklara så väl du kan.

Godkänddelen

1. (a) Förenkla $\frac{(\sqrt{4a})^{-3}}{\frac{a^{-1/2}}{2}}$ (2p)
- (b) Kvadratkomplettera $1 + 2x + 2x^2$ (2p)
- (c) Lös ekvationen $x + \sqrt{2x^2 + 2} = 3$. (2p)
- (d) Skriv om $\frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x^2 + x}$ som *ett* bråk på så enkel form som möjligt. (2p)
2. (a) Lös ekvationssystemet (2p)
$$\begin{cases} x+y+2z = 1 \\ 2x-y = 2 \\ 3y-2z = 3 \end{cases}$$
- (b) Partialbråksuppdel $\frac{x+2}{x^2+x}$. (2p)
- (c) Bestäm ekvationen för den räta linjen genom punkterna $(2, -1)$ och $(3, 2)$. Ange också normalen till denna linje som går igenom punkten $(2, 3)$. (2p)
- (d) Ange ekvationen för cirkeln med centrum i $(-3, 2)$ och radie 4. Ange cirkelns skärningspunkter med linjen $y = 5$. (2p)
3. (a) Givet $\sin x = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $0 < x < \frac{\pi}{2}$, beräkna *exakt* $\cos x$ och $\tan x$. (2p)
- (b) Lös ekvationen $\tan \frac{x}{3} = -\sqrt{3}$. Svara i radianer. (2p)
- (c) Givet punkten $A = (3, 2)$. Bestäm punkten B på linjen $(x, y) = t(4, -1)$, så att vinkeln vid hörnet B i triangeln OAB blir rät (O är origo). (2p)
- (d) Ange på parameterform ekvationen för den räta linjen genom punkterna $(0, -2)$ och $(-3, 2)$. I vilken punkt skär den linjen $(x, y) = (6, 2) + t(-3, 1)$? (2p)
4. (a) Fart över grund är 6 knop med kurs 110° . Fart genom vatten är 8 knop med kurs 125° . Rita strömtriangeln och beräkna strömmen (ange både fart och kurs). (4p)
- (b) Låt $z = 1 + i\sqrt{3}$ och $w = 2e^{\frac{-i\pi}{3}}$. Beräkna $z + w$ och z/w . Svara på formen $x + iy$. (2p)
- (c) Beräkna z^{10} där $z = (-1 + i)/\sqrt{2}$. Svara på formen $x + iy$. (2p)

Överbetygsdelen

Poäng på dessa uppgifter kan inte räknas in för att nå godkänt.

5. (a) Lös ekvationen $\cos 2x = \sin x$. Svara i radianer. (3p)

(b) Lös ekvationen $z^6 + 2z^3 = -2$. Ge rötterna på formen $x + iy$. (3p)

6. En liksidig triangel har hörn i $(1, 3)$ och $(-2, 4)$. Ange koordinaterna för det tredje hörnet. (6p)

7. Bestäm ekvationerna för de linjer som tangerar *båda* cirkelarna $x^2 + 6x + y^2 = -5$ och $x^2 + y^2 - 4x - 2y = -1$. (6p)

Lycka till!

Formelblad

Trigonometriska formler

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$2 \sin x \cos y = \sin(x + y) + \sin(x - y)$$

$$2 \sin x \sin y = \cos(x - y) - \cos(x + y)$$

$$2 \cos x \cos y = \cos(x - y) + \cos(x + y)$$

Hérons formel $T = \frac{1}{4} \sqrt{(a + b + c)(a + b - c)(a - b + c)(-a + b + c)}$

Sinussatsen $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$

Cosinussatsen $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

Areasatsen $T = \frac{ab \sin C}{2}$

Arean av en ellips $= \pi ab$

Volymen av en ellipsoid $= \frac{4\pi abc}{3}$

Volymen av en cylinder $= (\text{Basarean}) \cdot (\text{höjden})$

Volymen av en kon $= \frac{(\text{Basarean}) \cdot (\text{höjden})}{3}$

Arean av en sfär $= 4\pi r^2$

Arean av mantelytan för en

cirkulär cylinder $= 2\pi rh$

cirkulär kon $= \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$

Eulers formler: $\cos \alpha = \frac{1}{2}(e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}), \quad \sin \alpha = \frac{1}{2i}(e^{i\alpha} - e^{-i\alpha})$

de Moivres formel $(e^{i\alpha})^n = e^{in\alpha}$