

Tentamen

MVE340 Matematik 2 för Sjöingenjörer

2014-01-14 8.30–12.30

Examinator: Joakim Becker, Matematiska vetenskaper

Telefonvakt och rond: Joakim Becker, telefon: 0738 496962

Hjälpmedel: bifogat formelblad, typgodkänd räknedosa

För godkänt på tentamen krävs antingen minst 5 poäng på varje uppgift, eller minst 25 poäng på hela godkänddelen. Poäng på duggor eller tentor i maj och augusti 2013 får ersätta poängen på motsvarande uppgifter på denna tentamen. För betyg 4 eller 5 krävs dessutom 33 resp. 42 poäng sammanlagt på tentamens två delar.

Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar redovisas. Motivera och förklara så väl du kan.

Godkänddelen

1. (a) Beräkna $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+2+x^2}{10x^2+5}$ (2p)
- (b) Låt $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$. Bestäm tangentens ekvation till f :s graf i punkten där $x = 4$. (3p)
- (c) Om $f'(x) = \frac{x+2}{3-x}$, vilken av $f(-3)$ och $f(-2)$ är störst? Motivera ditt svar. (1p)
- (d) Till en funktion f har man följande värdetabell: (2p)

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	4.1	3.5	1.7	-0.5	-1.9	-0.7	0.3

Skissa grafen till f och finn ett närmevärde till $f(1.7)$ med linjär interpolering.

2. (a) Skissa grafen till $f(x) = 9x - 3x^3$ på intervallet $[-3, 1.5]$. Ange alla lokala maxima och minima samt funktionens största och minsta värde på intervallet. (3p)
- (b) Bestäm en approximativ rot till ekvationen $f(x) = 0$ med Newtons metod då $f(x) = 9 + 2x + x^3 = 0$. Du kan vara nöjd då $|f(x_k)| < 0.05$. (2p)
- (c) Beräkna arean mellan kurvorna $y = x^2 + 2$ och $y = 2x^2 + x$ (3p)
3. (a) Bestäm a och b så att funktionen $y(t) = t^2 + at + b$ är en lösning till differentialekvationen $y'' + 4y' + 4y = 4t^2 + 2t + 3$. (2p)
- (b) Bestäm den lösning till differentialekvationen $2y' + 3y = 0$ som uppfyller begynnelsevillkoret $y(0) = 4$. (2p)
- (c) Bestäm den lösning till differentialekvationen $8y'' + 4y' + 5y = 0$ som uppfyller begynnelsevillkoren $y(0) = 2$, $y'(0) = -3$. (4p)
4. (a) Bestäm ekvationen för linjen genom punkterna $(-2, 1, 0)$ och $(4, 0, 3)$ på parameterform. (2p)
- (b) Bestäm en vektor som är ortogonal (vinkelrät) mot båda vektorerna $(3, 0, 2)$ och $(-1, 2, 4)$. (2p)
- (c) Ange en ekvation för planet som går genom punkten $(2, 3, 1)$ och är vinkelrätt mot vektorn $(4, 1, -2)$. (2p)
- (d) Bestäm skärningspunkten mellan linjen $(x, y, z) = (-1, 3, -3) + t(2, -2, 5)$ och planet $3x + y - 4z = 4$. (2p)

Överbetygsdelen

Poäng på dessa uppgifter kan inte räknas in för att nå godkänt. Normalt krävs för poäng på uppgift att man redovisat en fullständig lösningsgång, som i princip lett, eller åtminstone skulle kunnat leda, till målet.

5. (a) Beräkna integralen $\int_0^{\pi/4} (1 + \tan^2 x)^2 dx$. (3p)

(b) Beräkna integralen $\int \frac{x \ln x}{\sqrt{1+x^2}} dx$. (3p)

6. I första kvadranten dras en tangent till kurvan $y = 3 - 4x^2$. Denna tangents skärningspunkter med koordinataxlarna bildar tillsammans med origo en triangel. I vilken punkt skall tangenten dras för att triangelns yta skall bli minimal? (6p)

7. En tank rymmer 200 liter saltvatten. Genom ett rör tillförs rent vatten med ett flöde av 10 liter/min. Om saltlösningen i samma takt rinner ur tanken i ett annat rör, när återstår endast 10% av den ursprungliga mängden salt i tanken? (Vi antar att saltet är jämnt fördelat i tanken) (6p)

Lycka till!