

Formelblad för MVE340, 11/12

Trigonometri.

$$\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y) \quad \sin(x+y) = \sin(x)\cos(y) + \cos(x)\sin(y)$$

$$\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x) \quad \sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

Linjär interpolation

$$a < c < b, f(a), f(b) \text{ kända: } f(c) \approx f(a) + \frac{f(b) - f(a)}{b - a} (c - a)$$

Deriveringsregler

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x) \quad (kf(x))' = kf'(x) \quad (f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2} \quad (f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$$

Några elementära funktioners derivator

$$D(x^p) = px^{p-1} \quad D(e^x) = e^x \quad D(e^{cx}) = ce^{cx} \quad D(a^x) = a^x \ln a$$

$$D(\ln x) = \frac{1}{x} \quad D(\sin x) = \cos x \quad D(\cos x) = -\sin x \quad D(\tan x) = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

Tangent och normal i en punkt $(a, f(a))$ på grafen till $f(x)$

$$\text{Tangentens ekvation: } y - f(a) = f'(a)(x - a) \quad \text{Normalens ekvation: } y - f(a) = -\frac{1}{f'(a)}(x - a)$$

Numerisk lösning av ekvationen $f(x) = 0$: Newtons metod

Startvärde x_0 , beräkna: $x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$, upprepa enligt $x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$ tills $|f(x_{k+1})|$ är litet nog.

Integralkatalog

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad (a \neq -1)$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (0 < a \neq 1)$$

$$\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(t)dt$$

$$\int f(x)g(x)dx = F(x)g(x) - \int F(x)g'(x)dx$$

Differentialekvationer

Differentialekvationen $my''(t) + cy'(t) + ky(t) = 0$ har den allmänna lösningen $y(t) = C_1 e^{s_1 t} + C_2 e^{s_2 t}$ där s_1 och s_2 är lösningar ($s_1 \neq s_2$) till differentialekvationens karakteristiska ekvation $ms^2 + cs + k = 0$, (m, c, k konstanter). Om $s_{1,2} = a \pm ib$ så är $y(t) = e^{at} (C_1 \cos(bt) + C_2 \sin(bt))$. Om $s_1 = s_2$ så är $y(t) = e^{s_1 t} (C_1 + C_2 t)$

Vektor(kryss)produkt

$$\begin{aligned} \mathbf{u} \times \mathbf{v} &= (u_1, u_2, u_3) \times (v_1, v_2, v_3) = (u_2 v_3 - u_3 v_2, -(u_1 v_3 - u_3 v_1), u_1 v_2 - u_2 v_1) \\ &= \left(\begin{vmatrix} u_2 & u_3 \\ v_2 & v_3 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} u_1 & u_3 \\ v_1 & v_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} u_1 & u_2 \\ v_1 & v_2 \end{vmatrix} \right) \end{aligned}$$