

Tentamen

MVE340 Matematik för Sjöingenjörer del 2

2013-08-30 8.30–12.30

Examinator: Joakim Becker , Matematiska vetenskaper

Telefonvakt och rond: Joakim Becker , telefon: 0738 496962

Hjälpmedel: bifogat formelblad, typgodkänd räknedosa

För godkänt på tentamen krävs antingen minst 5 poäng på varje uppgift, eller minst 25 poäng på hela godkänd-delen. Erhållen poäng på årets duggor eller ordinarie tentamen får ersätta poängen på motsvarande uppgifter på denna tentamen. För betyg 4 eller 5 krävs dessutom 33 resp. 42 poäng sammanlagt på tentamens två delar.

Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar redovisas. Motivera och förklara så väl du kan.

Godkänddelen

1. (a) Beräkna $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^2 + 8}{3 - 6x^2}$ (2p)
- (b) Låt $f(x) = 1 + \frac{1}{2x + 1}$. Bestäm ekvationen för tangenten till f :s graf i den punkt där $x = -1$. (3p)
- (c) Om $f'(x) = (x + 2)(x - 3)$, vilken av $f(-1)$ och $f(2)$ är störst? Motivera ditt svar. (1p)
- (d) Till en funktion f har man följande värdetabell: (2p)

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	5.1	3.5	2.2	-0.5	1.3	2.1	2.9

Skissa grafen till f och finn ett närmevärde till $f(2.7)$ med linjär interpolering.

2. (a) Skissa grafen till $f(x) = 3x - 4x^3$ på intervallet $[-1, 2]$. Ange alla lokala maxima och minima samt funktionens största och minsta värde på intervallet. (3p)
- (b) Bestäm en approximativ rot till ekvationen $f(x) = 0$ med Newtons metod då $f(x) = 2x^3 + x + 4 = 0$. Du kan vara nöjd då $|f(x_k)| < 0.05$. (2p)
- (c) Beräkna arean mellan kurvorna $y = x^2 - 2$ och $y = 4x - 2$ (3p)
3. (a) Bestäm talen a och b så att funktionen $y(t) = 2e^{bt} + at^2 + t$ är en lösning till differentialekvationen $y'' - 4y = -2t^2 - 4t + 1$. (2p)
- (b) Bestäm den lösning till differentialekvationen $y' - 2y = 0$ som uppfyller begynnelsevillkoret $y(0) = -3$. (2p)
- (c) Bestäm den lösning till differentialekvationen $y'' + 4y' + 5y = 0$ som uppfyller begynnelsevillkoren $y(0) = 2$, $y'(0) = -3$. (4p)
4. (a) Bestäm ekvationen för linjen genom punkterna $(-1, 3, 2)$ och $(-5, 1, 2)$ på parameterform. (2p)
- (b) Avgör vilka av vektorerna $\mathbf{u} = (0, 1, -3)$, $\mathbf{v} = (3, 1, -2)$ och $\mathbf{w} = (2, -4, 1)$ som är ortogonala (vinkelräta) mot varandra. (2p)
- (c) Ange en ekvation för planet som går genom punkterna $(2, 3, 1)$, $(-3, 2, 0)$ och $(4, -1, 3)$. (2p)
- (d) Bestäm skärningspunkten mellan linjen $(x, y, z) = (1, 2, 3) + t(2, 0, 2)$ och planet $x - 6z = 3$. (2p)

Överbetygsdelen

Poäng på dessa uppgifter kan inte räknas in för att nå godkänt. Normalt krävs för poäng på uppgift att man redovisat en fullständig lösningsgång, som i princip lett, eller åtminstone skulle kunnat leda, till målet.

5. (a) Beräkna integralen $\int_0^{\pi/2} (2 - \cos^2 x)^2 \cos x \, dx$. (3p)

(b) Beräkna integralen $\int x (\ln x)^2 \, dx$. (3p)

6. En tank består av en cylinder med två halvsfärer i vardera ända. Om tankens yta är 50 m^2 , vilka är tankens dimensioner, dvs cylinderns radie (= halvsfärernas radie) och cylinderns längd, när tankens volym är maximal?
(Vi erinrar oss att sfärens yta och volym är $4\pi r^2$ respektive $4\pi r^3/3$) (6p)

7. Vätskehöjden i en läckande behållare avtar i en takt som är proportionell mot kvadratroten ur vätskehöjden. Om vätskehöjden från början var 2.5 m och 1 m efter 10 minuter , när är behållaren tom? (6p)

Lycka till!