Deltentamen 1
MVE340 Matematik för Sjöingenjörer del B

2011-04-01 kl. 10.30–12.30

Examinator: Carl-Henrik Fant, Matematiska vetenskaper, Chalmers

Telefonvakt: Carl-Henrik Fant , telefon: 0704 62 35 95

Hjälpmedel: bifogat formelblad, typgodkänd räknedosa

Erhållen poäng på denna deltenta får ersätta poängen på uppgift 1 på tentamen tills kursen ges nästa läsår. Delentan rättas och bedöms anonymt. Resultat meddelas på lämpligt sätt inom kort. Första granskningstillfälle i samband med undervisningen.

Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar redovisas. Motivera och förklara så väl du kan.

---

1. (a) Till en funktion f har man följande värdetabell: (2p)

x	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	3.8	1.6	0.6	0.2	-0.2	-1.2	-3.4

Skissa grafen och beräkna ett närmevärde till $f(3.7)$

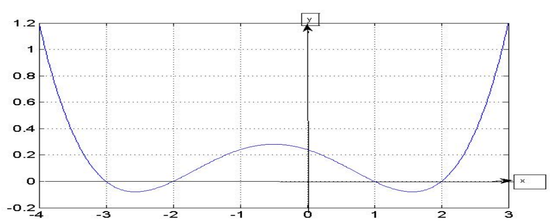
(b) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x\to\infty} \dfrac{3x^4 - 4x^2 - 2}{2x^4 + 3x^2}$ (1p)

(c) Bestäm en ekvation för tangenten till grafen till $f(x) = x^4 - 4x^2 - 2$ i den punkt på grafen där $x = 1$. (2p)

(d) Bestäm ett intervall av längd högst $\frac{1}{4}$ som innehåller en positiv rot till $x^4 - 4x^2 - 2 = 0$. Ange ett närmevärde till roten. Hur stort kan felet vara? (2p)

(e) Nedanstående graf visar **derivatan** $f'(x)$. (1p)

Ange i vilka intervall funktionen $f(x)$ är växande respektive avtagande.



Lycka till!
Carl-Henrik Fant

Formelblad för MVE340 10/11

Trigonometri.

$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$ $\qquad$ $1 + \tan^2(x) = \dfrac{1}{\cos^2(x)}$

$\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$ $\qquad$ $\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$

$\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$ $\qquad$ $\tan(x+y) = \dfrac{\tan(x)+\tan(y)}{1-\tan(x)\tan(y)}$

$\cos(x-y) = \cos(x)\cos(y) + \sin(x)\sin(y)$ $\qquad$ $\cos(x)\cos(y) = \dfrac{1}{2}(\cos(x-y)+\cos(x+y))$

$\sin(x+y) = \sin(x)\cos(y) + \cos(x)\sin(y)$ $\qquad$ $\sin(x)\sin(y) = \dfrac{1}{2}(\cos(x-y)-\cos(x+y))$

$\sin(x-y) = \sin(x)\cos(y) - \cos(x)\sin(y)$ $\qquad$ $\sin(x)\cos(y) = \dfrac{1}{2}(\sin(x-y)+\sin(x+y))$

Linjär interpolation

$a < c < b$, $f(a)$, $f(b)$ kända: $\qquad f(c) \approx f(a) + \dfrac{c-a}{b-a}(f(b)-f(a))$

Gränsvärden

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x} = 1 \qquad \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1$$

Deriveringsregler

$(f(x)+g(x))' = f'(x)+g'(x)$ $\qquad$ $(kf(x))' = kf'(x)$ $\qquad$ $(f(x)g(x))' = f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

$\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)' = \dfrac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$ $\qquad$ $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$

Några elementära funktioners derivator

$D(x^p) = px^{p-1}$ $\qquad$ $D(e^x) = e^x$ $\qquad$ $D(e^{cx}) = ce^{cx}$ $\qquad$ $D(a^x) = a^x \ln a$

$D(\ln x) = \dfrac{1}{x}$ $\qquad$ $D(\sin x) = \cos x$ $\qquad$ $D(\cos x) = -\sin x$ $\qquad$ $D(\tan x) = 1+\tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

Tangent och normal i en punkt $(a, f(a))$ på grafen till $f(x)$

Tangentens ekvation: $y - f(a) = f'(a)(x-a)$ $\qquad$ Normalens ekvation: $y - f(a) = -\frac{1}{f'(a)}(x-a)$

Lösning till ekvationen $f(x) = 0$: Newtons metod

Startvärde x_0, beräkna: $x_1 = x_0 - \dfrac{f(x_0)}{f'(x_0)}$, upprepa med x_1 som nytt x_0, upprepa tills $|f(x_1)|$ är litet.

Integralkatalog

$$\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(t)dt \qquad \int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad a \neq -1 \qquad \int \frac{1}{x}dx = \ln|x| + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C \qquad \int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \frac{1}{cos^2 x}dx = \tan x + C \qquad \int \frac{1}{sin^2 x}dx = -\cot x + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C \qquad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad 0 < a \neq 1$$