

MVE340 Matematik 2 för Sjöingenjörer
Deltentamen 2

Erhållen poäng på denna deltentamen får ersätta poängen på uppgift 2 på tentamen tills kursen ges nästa läsår. Deltentan rättas och bedöms anonymt. Resultat meddelas via PingPong.

Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar redovisas. Motivera och förklara så väl du kan.

2. (a) Skissa grafen till funktionen $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ på intervallet $[-2, 3]$. Ange alla lokala maxima och minima samt funktionens största och minsta värde på intervallet. (3p)
- (b) Bestäm en approximativ rot till ekvationen $f(x) = 0$ med Newtons metod då $f(x) = x^3 - x - 10$. Du kan vara nöjd då $|f(x_k)| < 0.05$. (2p)
- (c) Beräkna medelvärdet av funktionen $f(x) = e^{2x} - x$ på intervallet $[0, 2]$. (2p)
- (d) Ange en primitiv funktion till $f(x) = x^2 \ln x$. (*Tips: använd partiell integrering*) (1p)

Lycka till!
Oscar M

Formelblad för MVE340, 11/12

Trigonometri.

$$\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y) \quad \sin(x+y) = \sin(x)\cos(y) + \cos(x)\sin(y)$$

$$\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x) \quad \sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

Linjär interpolation

$$a < c < b, \quad f(a), \quad f(b) \text{ kända:} \quad f(c) \approx f(a) + \frac{f(b) - f(a)}{b - a} (c - a)$$

Deriveringsregler

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x) \quad (kf(x))' = kf'(x) \quad (f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2} \quad (f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$$

Några elementära funktioners derivator

$$D(x^p) = px^{p-1} \quad D(e^x) = e^x \quad D(e^{cx}) = ce^{cx} \quad D(a^x) = a^x \ln a$$

$$D(\ln x) = \frac{1}{x} \quad D(\sin x) = \cos x \quad D(\cos x) = -\sin x \quad D(\tan x) = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

Tangent och normal i en punkt $(a, f(a))$ på grafen till $f(x)$

$$\text{Tangentens ekvation: } y - f(a) = f'(a)(x - a) \quad \text{Normalens ekvation: } y - f(a) = -\frac{1}{f'(a)}(x - a)$$

Numerisk lösning av ekvationen $f(x) = 0$: Newtons metod

Startvärde x_0 , beräkna: $x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$, upprepa enligt $x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$ tills $|f(x_{k+1})|$ är litet nog.

Integralkatalog

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad (a \neq -1)$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (0 < a \neq 1)$$

$$\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(t)dt$$

$$\int f(x)g(x)dx = F(x)g(x) - \int F(x)g'(x)dx$$

Differentialekvationer

Differentialekvationen $my''(t) + cy'(t) + ky(t) = 0$ har den allmänna lösningen $y(t) = C_1 e^{s_1 t} + C_2 e^{s_2 t}$ där s_1 och s_2 är lösningar ($s_1 \neq s_2$) till differentialekvationens karakteristiska ekvation $ms^2 + cs + k = 0$, (m, c, k konstanter). Om $s_{1,2} = a \pm ib$ så är $y(t) = e^{at} (C_1 \cos(bt) + C_2 \sin(bt))$. Om $s_1 = s_2$ så är $y(t) = e^{s_1 t} (C_1 + C_2 t)$

Vektor(kryss)produkt

$$\begin{aligned} \mathbf{u} \times \mathbf{v} &= (u_1, u_2, u_3) \times (v_1, v_2, v_3) = (u_2 v_3 - u_3 v_2, -(u_1 v_3 - u_3 v_1), u_1 v_2 - u_2 v_1) \\ &= \left(\begin{vmatrix} u_2 & u_3 \\ v_2 & v_3 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} u_1 & u_3 \\ v_1 & v_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} u_1 & u_2 \\ v_1 & v_2 \end{vmatrix} \right) \end{aligned}$$