

Efternamn, Förnamn	Personnummer	Poäng

Dugga 3, MVE340 Matematik 2, 08.15-10.00 150521

Ansvarig lärare: Joakim Becker, tel 0766 351106.

Tillåtna hjälpmedel är bifogat formelblad och typgodkänd räknedosa.

Poäng på denna dugga får ersätta poängen på uppgift 3 på tentor (t.o.m. april 2016)

Lösningar och svar skall skrivas på detta blad, inga extra blad får lämnas in.

Skriv namn och personnummer tydligt i sidhuvudet ovan.

3. (a) Bestäm a och b så att $y(t) = at^2 + bt$ löser differentialekvationen $y''(t) + 2y'(t) + 5y(t) = 10t^2 - 7t - 2$. (2p)

Lösning:

$$y = at^2 + bt \quad y' = 2at + b \quad y'' = 2a$$

$$2a + 2(2at + b) + 5(at^2 + bt) =$$

$$= 2a + 2b + t(4a + 5b) + t^2 5a$$

$$\begin{cases} 2a + 2b = -2 \\ 4a + 5b = -7 \\ 5a = 10 \end{cases}$$

$$a = 2$$

$$b = \frac{-2 - 2a}{2} = -3$$

$$a = 2, b = -3$$

Svar:

- (b) Bestäm den lösning till differentialekvationen $4y'(t) + y(t) = 0$ som uppfyller $y(0) = 2$. (2p)

Lösning:

$$y'(t) = -\frac{1}{4} y(t)$$

$$y(t) = C e^{-t/4}$$

$$y(0) = 2 \Leftrightarrow 2 = C \cdot e^0 \Leftrightarrow 2 = C$$

$$y(t) = 2 e^{-t/4}$$

Svar:

Var God Vänd!

- (c) Bestäm lösningen till differentialekvationen $y''(t) + 10y'(t) + 29y(t) = 0$ som uppfyller villkoren $y(0) = 7$ och $y'(0) = 5$.

(4p)

Lösning:

$$\text{KAR EKV: } r^2 + 10r + 29 = 0$$

$$r = -5 \pm \sqrt{25 - 29} = -5 \pm 2i$$

$$y = e^{-5t} (C_1 \cos 2t + C_2 \sin 2t)$$

$$y(0) = 7 \Rightarrow 7 = C_1 \cdot 1 + C_2 \cdot 0$$
$$C_1 = 7$$

$$y' = -5e^{-5t} (C_1 \cos 2t + C_2 \sin 2t) + e^{-5t} (-2C_1 \sin 2t + 2C_2 \cos 2t)$$

$$y'(0) = 5 \Rightarrow$$

$$5 = -5C_1 + 2C_2$$
$$\Rightarrow$$

$$C_2 = \frac{5 + 5C_1}{2} = 20$$

Svar: $y(t) = e^{-5t} (7 \cos 2t + 20 \sin 2t)$