Formelblad för MVE340.

Trigonometri.

$$\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y) \qquad \cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x) \qquad \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin(x+y) = \sin(x)\cos(y) + \cos(x)\sin(y) \qquad \sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x) \qquad 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

Linjär interpolering.

$a < c < b,\ f(a),\ f(b)$ kända: $\quad f(c) \approx f(a) + \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}(c-a)$

Deriveringsregler.

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \qquad \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2} \qquad (f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$$

Några derivator.

$$D(x^p) = px^{p-1} \qquad D(e^x) = e^x \qquad D(e^{cx}) = ce^{cx} \qquad D(a^x) = a^x \ln a$$

$$D(\ln x) = \frac{1}{x} \qquad D(\sin x) = \cos x \qquad D(\cos x) = -\sin x \qquad D(\tan x) = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

Tangent och normal i en punkt $(a, f(a))$ på grafen till $f(x)$.

Tangentens ekvation: $y = f(a) + f'(a)(x-a)$ Normalens ekvation: $y = f(a) - \dfrac{1}{f'(a)}(x-a)$

Numerisk lösning av ekvationen $f(x) = 0$ med Newtons metod.

Startvärde x_0, upprepa $x_{k+1} = x_k - \dfrac{f(x_k)}{f'(x_k)}$ tills $|f(x_{k+1})|$ är litet nog.

Integralkatalog.

$$\int x^a\,dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C, \quad (a \neq -1) \qquad \int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C$$

$$\int \sin x\,dx = -\cos x + C \qquad \int \cos x\,dx = \sin x + C$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \tan x + C \qquad \int \frac{1}{\sin^2 x}\,dx = -\cot x + C$$

$$\int e^x\,dx = e^x + C \qquad \int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (0 < a \neq 1)$$

$$\int f(g(x))g'(x)\,dx = \int f(t)\,dt \qquad \int f(x)g(x)\,dx = F(x)g(x) - \int F(x)g'(x)\,dx$$

Differentialekvationer

Differentialekvationen $my''(t) + cy'(t) + ky(t) = 0$ har den allmänna lösningen $y(t) = C_1e^{s_1t} + C_2e^{s_2t}$ där $s_{1,2}$ är lösningar till karakteristiska ekvationen $ms^2 + cs + k = 0$, $\left(s = \dfrac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4km}}{2m}\right)$. Om $s_{1,2} = a \pm ib$ så är $y(t) = e^{at}(C_1\cos(bt) + C_2\sin(bt))$. Om $s_1 = s_2$ så är $y(t) = e^{s_1t}(C_1 + C_2t)$.

Vektor(kryss)produkt

$$u \times v = (u_1, u_2, u_3) \times (v_1, v_2, v_3) = (u_2v_3 - u_3v_2, -(u_1v_3 - u_3v_1), u_1v_2 - u_2v_1) = \left(\begin{vmatrix} u_2 & u_3 \\ v_2 & v_3 \end{vmatrix}, -\begin{vmatrix} u_1 & u_3 \\ v_1 & v_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} u_1 & u_2 \\ v_1 & v_2 \end{vmatrix}\right)$$

Minsta-kvadratmetoden

Anpassa rät linje $y = kx + m$ till punkterna $(x_1, y_1),\ (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)$.

$$\begin{cases} k \cdot \sum x^2 & +m \cdot \sum x & = \sum xy \\ k \cdot \sum x & +m \cdot n & = \sum y \end{cases}$$