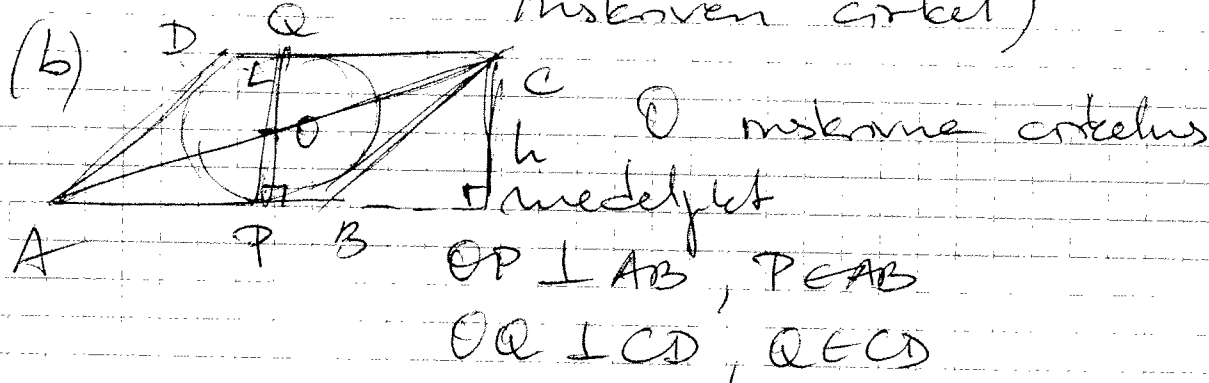
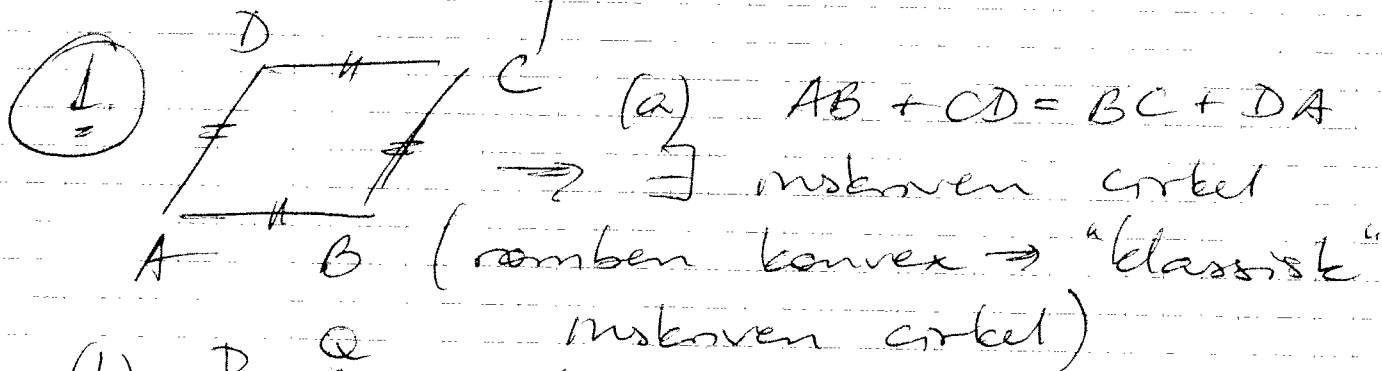
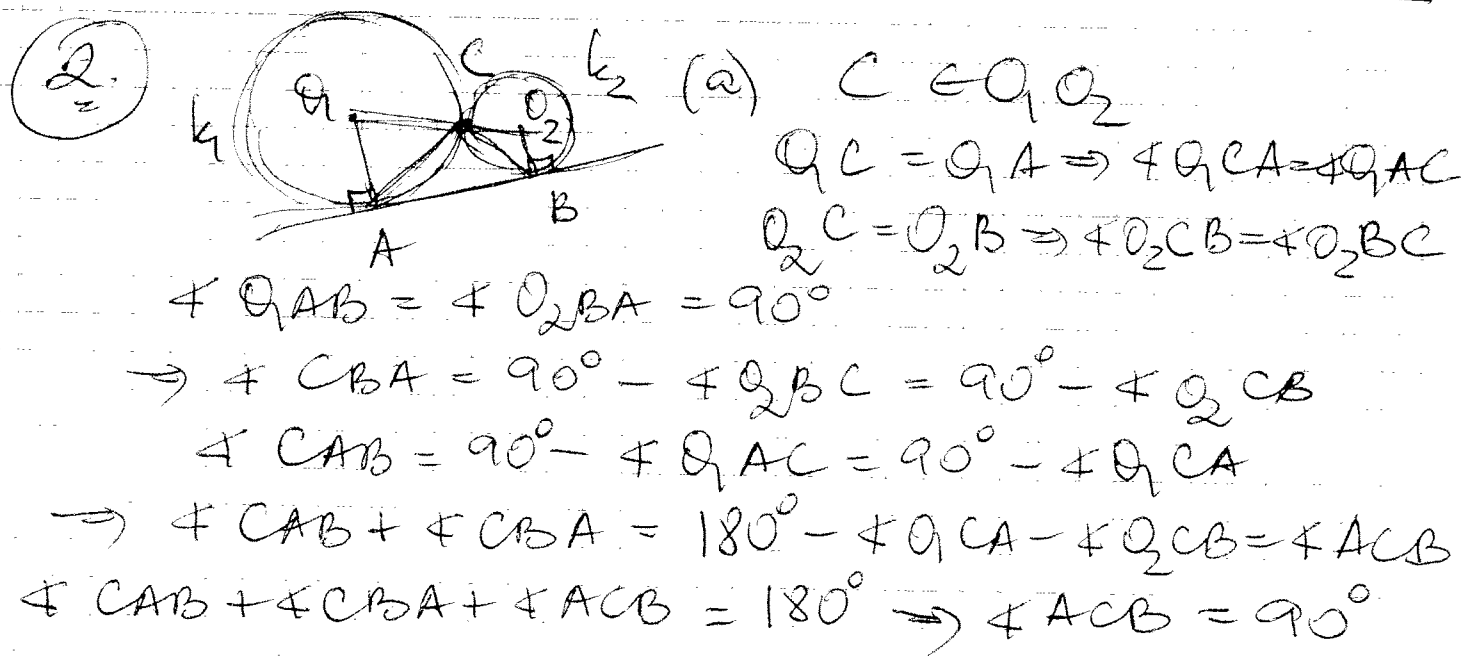


MVE365 Problemlösning och lärande

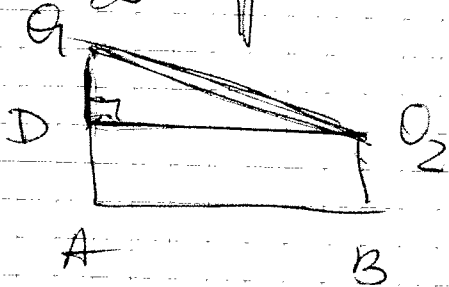
Lösningar 8/4-2016



$AB \parallel CD \Rightarrow O \in PQ \Rightarrow PQ$ diameter
 $\Rightarrow$ höjden $h =$ diametern PQ
 $AC = 2h \Rightarrow \angle CAB = 30^\circ$
 Diagonalerna i romben är bisektörer till vinklarna $\Rightarrow \angle A = \angle C = 60^\circ$
 $\angle B = \angle D = 120^\circ$



(b) medianen mot hypotenusan ②
 $= \frac{1}{2} \text{hypotenusan} = \frac{1}{2} AB$



$$Q_1 Q_2 = r_1 + r_2$$

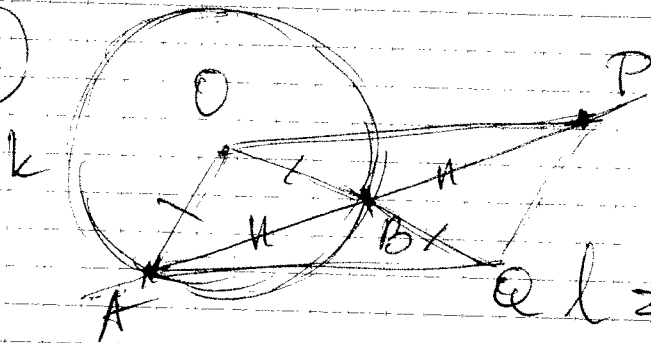
$$Q_2 D \perp Q_1 A \quad (r_1 > r_2)$$

$$O_2 D = AB$$

Pythagoras' sats $\Rightarrow AB^2 = O_2 D^2 =$
 $Q_1 O_2^2 - Q_1 D^2 = (r_1 + r_2)^2 - (r_1 - r_2)^2 =$
 $= 4r_1 r_2$

$$\Rightarrow AB = 2\sqrt{r_1 r_2} \Rightarrow \text{medianen} = \sqrt{r_1 r_2}$$

3. 3.



$k(O, r)$

P utanför

$(PO > r)$

$Q \in l \cap k, l \cap k = \{A, B\},$

$PA > PB$

Analys $AB = BP$

$\rightarrow$ om vi sätter $BQ = r$ på

linjen BO , $Q \neq O$, så är

$AQPO$ en parallelogram (eftersom
diagonalerna skär varandra på mitten)

$$\Rightarrow AQ = OP$$

$\Rightarrow \triangle AQO$ konstruerbar (s-s-s)

$AB =$ medianen från A i $\triangle ABP$

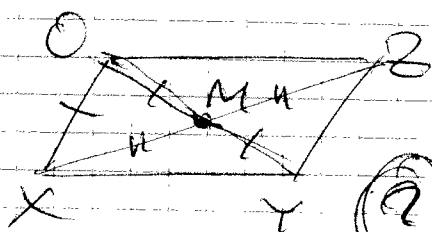
Konstruktion Konstruera $\triangle XOY$ med
sidor $XO = r$, $XY = PO$, $OY = 2r$
Konstruera medianen XM i $\triangle XOY$ från X
 Z : $OXYZ$ parallelogram

2. medianens längd = PA

$m =$ medianens längd $d = PB$

Rita ortel med medelpkt i P och
rädda medianens längd. Den står
den givna orteln i B . Drag PB ,
den andra skärningspunkten med k är A

Basis $OA = OB = r$ $AB = PB = m$

$$\Delta OBP \cong \Delta OMZ \quad (s-s-s)$$

$$\Rightarrow \triangle MYZ \cong \triangle BQP \text{ (s-v-s)}$$
$$\Rightarrow \Delta OYZ \cong \Delta OQP \text{ (s-s-s, oder s-v-s)}$$

$\Delta OXY \cong \Delta OAZ$

$$\angle OBA = 180^\circ - \angle OBP = 180^\circ - \angle OMZ = \angle OMX$$

$$\odot A = \odot B = \odot X = \odot M = r$$

$$\triangle OAB \cong \triangle OXM \text{ (the ruler \& 2 sides)}$$

$$\rightarrow AB = XM = m = MZ = BP$$

→ $AB = BP$

Utbredning Krävs att ΔABO konstruerbar
r, dr, OP ska uppfylla
triangelolikheten

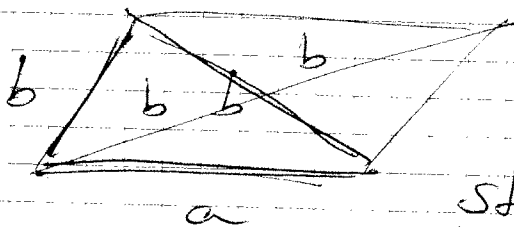
5. (1) See also at $P, Q \in AB$

Skæ motiveras att $\Delta APD \cong \Delta BQC$.

Felträknet i 8ste raden, $2a^2 = 3b^2$

(2) Jag skulle då 1p för räknefelet,
2p för brister i motiveringen, ett
minustecken för att det inte står $P, Q \in A, B$

(3)



$$a = 2b$$

strider mot
triangelolikheten

4

(6)

Om sidlängderna är a, b

$$a^2 + b^2 = 64$$

$$a + b = 12$$

Givet

$$b = 12 - a \Rightarrow a^2 + 144 - 24a + a^2 = 64$$

$$2a^2 - 24a + 80 = 0$$

$$a^2 - 12a + 40 = 0$$

$$a_{1,2} = 6 \pm \sqrt{36 - 40}$$

$\Rightarrow \nexists$ sådan rektangel

$\Rightarrow$ rätt svar är (d)

Area skulle ha varit ab .

Man skulle kunna ta en genväg!

$$(a+b)^2 - (a^2 + b^2) = 2ab = 144 - 64 = 80$$

$$ab = 40$$

(se liknande exempel i kursboken)

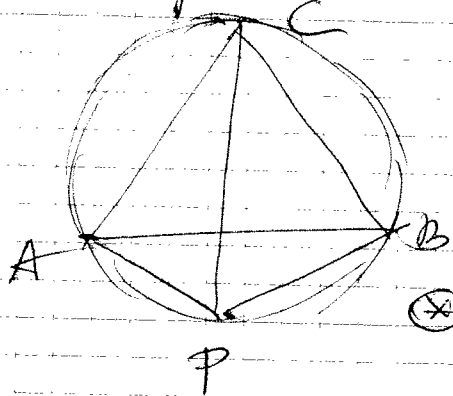
Risken är att man inte upptäcker
att det inte finns en sådan rektangel.
Anledningen är att produkten $ab \in \mathbb{R}$,
men $a, b \notin \mathbb{R}$.

(7)

Inskoven / omskoven sfär till en
tetraeder (cirklar till Δ)

Man kan antingen välja 5
 sträckor mellan pletter på sfären
 (diameter om sträckan 5 medelpunkter),
 eller cirkelbågar med den avgränsande
 cirkeln på sfären; d.v.s. antingen
 låter man sfären skäras av rätta
 linjer eller av plan.

8. (i) andra kongruensfallets bevis
 (ii) medelpunktsvinkelatsens bevis
 (iii)



$\triangle ABC$ liksidig
 $P \in$ ensamma cirkeln $\otimes$
 $\Rightarrow PC = PA + PB$
 $\otimes$ den mindre bågen AB