

Tentamen I i Matematik för Tekniskt Basår, MVE425B

enligt nya kursplanen 2014/15.

Hjälpmedel: Bifogat formelblad (baksidan), typgodkänd miniräknare. För godkänt krävs minst 20 poäng. Betyg 3: 20-31 poäng, betyg 4: 32-41 poäng, betyg 5: 42-50 poäng.

1. Lös ekvationerna (6p)

(a) $\lg(10^x - 18) = x - 1$

(b) $2^{x+3} + 6 \cdot 2^{x-1} = 33$

2. Bestäm *alla* lösningar till ekvationerna (5p)

(a) $\tan 4x = \sqrt{3}$ Svara exakt och i valfri vinkelenhet.

(b) $2 \sin x + \tan x = 0$ Svara exakt i radianer.

3. I en triangel är vinkeln $A = 41^\circ$, dess motstående sida $a = 17\text{cm}$ och en annan sida $b = 12\text{cm}$. Beräkna återstående sida och vinklar. (6p)

4. Beräkna $(\sqrt{3} - i)^{20}$ på formen $a + bi$. (6p)

5. Beräkna gränsvärdena (5p)

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + x - 2}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 x}{x \sin 2x}$

6. Bestäm de *reella* koefficienterna a och b så att $2 + i$ är en rot till ekvationen $2z^3 + az^2 + bz + 15 = 0$. Ange också de övriga rötterna. (6p)

7. Bestäm konstanten a så att funktionen $f(x) = \begin{cases} x - |x - 2| & \text{om } x < 2 \\ 2x + a & \text{om } x \geq 2 \end{cases}$ är kontinuerlig. (4p)

8. Är det sant att (6p)

$$\left(1 - \frac{2 \tan x}{\sin 2x}\right)^2 = \left(1 - \frac{2 \tan x}{\tan 2x}\right)^2$$

för alla x för vilka båda leden är definierade? Motivera ditt svar väl!

9. Härled omskrivningen $a \cos v + b \sin v = c \sin(v + \phi)$. (6p)

TRIGONOMETRISKA FORMLER

Additions- och subtraktionsformlerna

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

Formler för dubbla vinkeln

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

Omskrivning till amplitud-fasvinkelform

$$a \cos v + b \sin v = c \sin(v + \phi)$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\phi = \arctan \frac{a}{b} \text{ om } b > 0$$

$$\phi = \arctan \frac{a}{b} + \pi \text{ om } b < 0$$