

Tentamen i Matematik för Tekniskt Basår, MVE425B

enligt nya kursplanen 2014/15.

Hjälpmedel: Bifogat formelblad (baksidan), typgodkänd miniräknare. För godkänt krävs minst 20 poäng. Betyg 3: 20-31 poäng, betyg 4: 32-41 poäng, betyg 5: 42-50 poäng.

1. (a) Ange definitionsmängden för funktionen $f(x) = \lg(14 - x) - \lg(x - 3)$.
(b) Lös ekvationen $\lg(14 - x) - \lg(x - 3) = 1$. (4p)

2. I en bakterieodling tillväxer bakterierna exponentiellt:

$$y(t) = 2000 \cdot 10^{0,2t}$$

där $y(t)$ är antalet bakterier vid tiden t (enhet timmar).

- (a) När är antalet bakterier uppe i 20000?
(b) När är antalet bakterier uppe i 40000?
(Svaret på (b) ges med hjälp av logaritm, närmevärde behövs inte). (4p)
3. (a) Lös ekvationen $\sin 5x = \sin(60^\circ - x)$.
(b) Bestäm konstanterna c och ϕ så att $3 \sin x + 3\sqrt{3} \cos x = c \sin(x + \phi)$. (6p)
4. Bestäm alla lösningar till ekvationen $z^4 + 16 = 0$.
Svaren ska anges förenklade och på formen $a + bi$. (6p)

5. (a) Beräkna $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - x}$.
(b) Beräkna $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x + \sqrt{x^2 + 1}}{x}$ (8p)

6. Är funktionen $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & \text{om } x < 0 \\ \cos x & \text{om } x \geq 0 \end{cases}$ kontinuerlig i $x = 0$?
Motivera ditt svar - bara ett ja eller nej ger ingen poäng här! (4p)

7. Lös ekvationen $z^2 + (2 - 4i)z + 2 - 16i = 0$. (6p)

8. Från en båt som med konstant fart rör sig i rak kurs mot nordost, ser man en fyr kl 8.00 i en riktning 25° till vänster om färdriktningen. Kl 9.00 syns den rakt i norr. Vid vilken tid kan man vänta sig att se fyren rakt i väster? (6p)

9. Bevisa att $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$. (6p)

TRIGONOMETRISKA FORMLER

Additions- och subtraktionsformlerna

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

Formler för dubbla vinkeln

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

Omskrivning till amplitud-fasvinkelform

$$a \cos v + b \sin v = c \sin(v + \phi)$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\phi = \arctan \frac{a}{b} \text{ om } b > 0$$

$$\phi = \arctan \frac{a}{b} + \pi \text{ om } b < 0$$