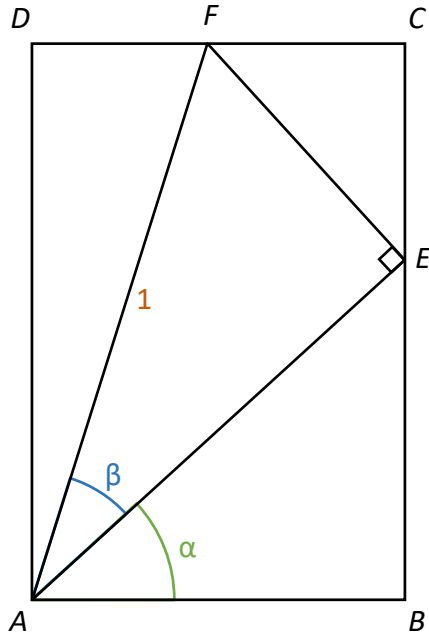
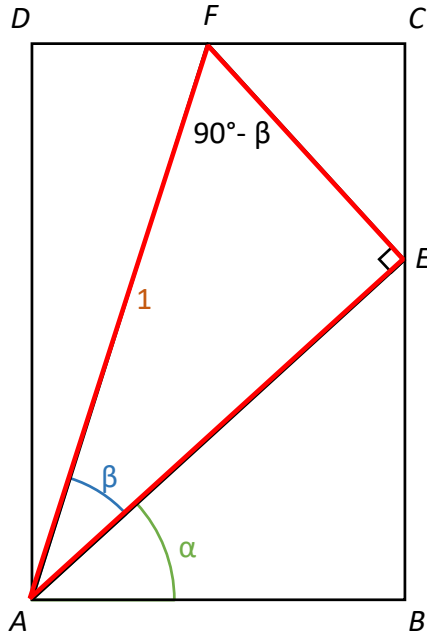


Alternativt bevis av additionsformlerna för spetsiga vinklar



Steg 0. Utgå från referensfiguren till vänster

Alternativt bevis av additionsformlerna för spetsiga vinklar



Steg 0. Utgå från referensfiguren till vänster

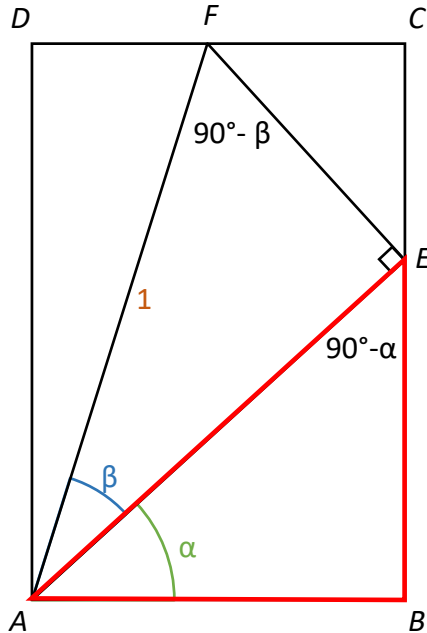
Steg 1. Solvera triangeln AEF

$$|AF| = 1 \text{ (hypotenusan)}$$

$$|AE| = |AF| \cdot \cos \beta = \cos \beta \text{ (närliggande katet)}$$

$$|EF| = |AF| \cdot \sin \beta = \sin \beta \text{ (motstående katet)}$$

Alternativt bevis av additionsformlerna för spetsiga vinklar



Steg 0. Utgå från referensfiguren till vänster

Steg 1. Solvera triangeln AEF

$$|AF| = 1 \text{ (hypotenusan)}$$

$$|AE| = |AF| \cdot \cos \beta = \cos \beta \text{ (närliggande katet)}$$

$$|EF| = |AF| \cdot \sin \beta = \sin \beta \text{ (motstående katet)}$$

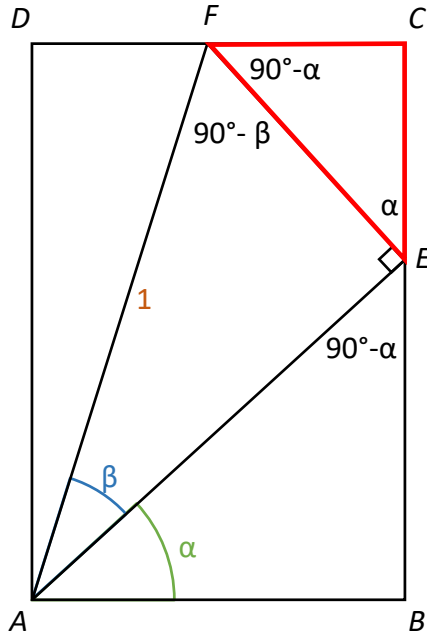
Steg 2. Solvera triangeln ABE

$$|AE| = \text{/Steg 1/} = \cos \beta \text{ (hypotenusan)}$$

$$|AB| = |AE| \cdot \cos \alpha = \cos \beta \cos \alpha \text{ (närliggande katet)}$$

$$|BE| = |AE| \cdot \sin \alpha = \cos \beta \sin \alpha \text{ (motstående katet)}$$

Alternativt bevis av additionsformlerna för spetsiga vinklar



Steg 0. Utgå från referensfiguren till vänster

Steg 1. Solvera triangeln AEF

$$|AF| = 1 \text{ (hypotenusan)}$$

$$|AE| = |AF| \cdot \cos \beta = \cos \beta \text{ (närliggande katet)}$$

$$|EF| = |AF| \cdot \sin \beta = \sin \beta \text{ (motstående katet)}$$

Steg 2. Solvera triangeln ABE

$$|AE| = \text{/Steg 1/} = \cos \beta \text{ (hypotenusan)}$$

$$|AB| = |AE| \cdot \cos \alpha = \cos \beta \cos \alpha \text{ (närliggande katet)}$$

$$|BE| = |AE| \cdot \sin \alpha = \cos \beta \sin \alpha \text{ (motstående katet)}$$

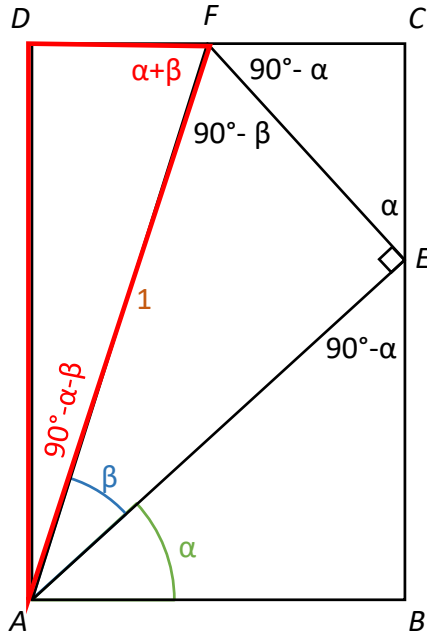
Steg 3. Solvera triangeln ECF

$$|EF| = \text{/Steg 1/} = \sin \beta \text{ (hypotenusan)}$$

$$|CE| = |EF| \cdot \cos \alpha = \sin \beta \cos \alpha \text{ (närliggande katet)}$$

$$|CF| = |EF| \cdot \sin \alpha = \sin \beta \sin \alpha \text{ (motstående katet)}$$

Alternativt bevis av additionsformlerna för spetsiga vinklar



Steg 0. Utgå från referensfiguren till vänster

Steg 1. Solvera triangeln AEF

$|AF| = 1$ (hypotenusan)

$$|AE| = |AF| \cdot \cos \beta = \cos \beta \text{ (närliggande katet)}$$

$$|EF| = |AF| \cdot \sin \beta = \sin \beta \text{ (motstående katet)}$$

Steg 2. Solvera triangeln ABE

$$|AE| = \text{Steg 1} = \cos \beta \quad (\text{hypotenusan})$$

$$|AB| = |AE| \cdot \cos \alpha = \cos \beta \cos \alpha \text{ (närlikgande katet)}$$

$$|BE| = |AE| \cdot \sin \alpha = \cos \beta \sin \alpha \text{ (motstående katet)}$$

Steg 3. Solvera triangeln ECF

$$|EF| = \text{Steg 1} = \sin \beta \quad (\text{hypotenusan})$$

$$|CE| = |EF| \cdot \cos \alpha = \sin \beta \cos \alpha \text{ (närlikgande katet)}$$

$$|CF| = |EF| \cdot \sin \alpha = \sin \beta \sin \alpha \text{ (motstående katet)}$$

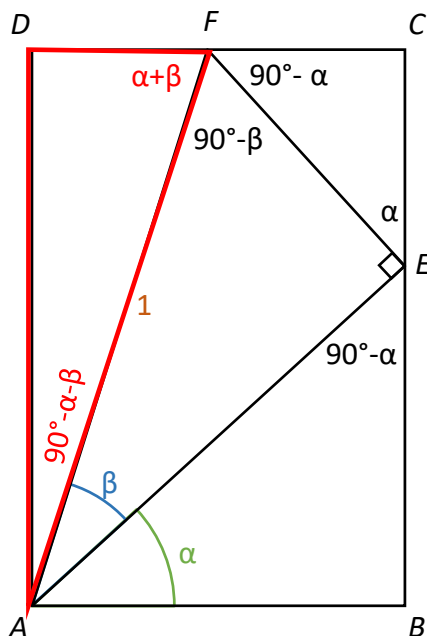
Steg 4. Solvera triangeln AFD

$|AF| = 1$ (hypotenusan)

$$|DF| = |AF| \cdot \cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha + \beta) \text{ (närliggande katet)}$$

$$|AD| = |AF| \cdot \sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha + \beta) \text{ (motstående katet)}$$

Alternativt bevis av additionsformlerna för spetsiga vinklar



Steg 0. Utgå från referensfiguren till vänster

Steg 1. Solvera triangeln AEF

$$|AF| = 1 \text{ (hypotenusan)}$$

$$|AE| = |AF| \cdot \cos \beta = \cos \beta \text{ (närliggande katet)}$$

$$|EF| = |AF| \cdot \sin \beta = \sin \beta \text{ (motstående katet)}$$

Steg 2. Solvera triangeln ABE

$$|AE| = \text{/Steg 1/} = \cos \beta \text{ (hypotenusan)}$$

$$|AB| = |AE| \cdot \cos \alpha = \cos \beta \cos \alpha \text{ (närliggande katet)}$$

$$|BE| = |AE| \cdot \sin \alpha = \cos \beta \sin \alpha \text{ (motstående katet)}$$

Steg 3. Solvera triangeln ECF

$$|EF| = \text{/Steg 1/} = \sin \beta \text{ (hypotenusan)}$$

$$|CE| = |EF| \cdot \cos \alpha = \sin \beta \cos \alpha \text{ (närliggande katet)}$$

$$|CF| = |EF| \cdot \sin \alpha = \sin \beta \sin \alpha \text{ (motstående katet)}$$

Steg 4. Solvera triangeln AFD

$$|AF| = 1 \text{ (hypotenusan)}$$

$$|DF| = |AF| \cdot \cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha + \beta) \text{ (närliggande katet)}$$

$$|AD| = |AF| \cdot \sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha + \beta) \text{ (motstående katet)}$$

Steg 5. Uttryck kateterna i triangeln AFD på ett annat sätt

$$\cos(\alpha + \beta) = |DF| = |CD| - |CF| = |AB| - |CF| = \text{/Steg 2 o 3/} = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = |AD| = |BC| = |BE| + |EC| = \text{/Steg 2 o 3/} = \cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta$$