

MVE425: Tekniskt basår – Matematik, del B

Examinator / telefonvakt: Lukáš Malý, tel. 031 - 772 53 42

Hjälpmedel: Formelblad utdelat med tesen (tryckt på baksidan). Inga miniräknare är tillåtna.

Betygsgränser: För betyg 3 krävs 20 p; för betyg 4 krävs 32 p; för betyg 5 krävs 42 p (utav 50 p).

Lösningsförslag publiceras på kurshemsidan idag kl. 18:30.

OBS: Alla svar skall vara väl motiverade. Bristande motivering kommer att orsaka poängavdrag.
Bara svar ger noll poäng!

1. Bestäm definitionsmängden för funktionen $f(x) = \sqrt{\frac{x-5}{2-x}}$. (3p)

2. I vilken punkt skär kurvorna $y = 3e^{4x}$ och $y = e^{2x-1}$ varandra? (3p)
Anmärkning: Det räcker att svara med skärningspunktens x -koordinat.

3. Förenkla uttrycket (4p)

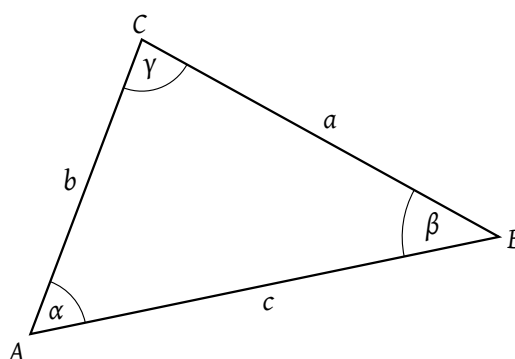
$$2 \lg 5 + \frac{\ln 6}{\ln 10} - \lg 15 + \ln(e^2) - e^{\ln 3}.$$

4. Lös följande ekvationer:

(a) $\ln 3 - \ln x = \ln(x-4) - \ln 15$; (3p)

(b) $\sin v + \sin 2v = 0$. Svar ska anges dels i grader, dels i radianer. (4p)

OBS: I uppgift 5 betecknas sidorna och vinklarna i triangeln ABC enligt figuren nedan:



5. Sidlängderna i triangeln ABC är $a = 2$ cm, $b = 3$ cm och $c = 4$ cm.

(a) Bestäm $\cos \gamma$ och avgör om vinkeln γ är spetsig eller trubbig. (3p)
(Observera att vinkeln γ inte behöver beräknas.)

(b) Bestäm $\sin \gamma$. (2p)

(c) Beräkna arean av triangeln ABC . (2p)

(d) Bestäm $\sin \alpha$. (2p)

Var god vänd!

6. (a) Formulera och bevisa Eulers formler. (4p)

(b) Visa att $4 \sin^3 x = 3 \sin x - \sin 3x$. (3p)

7. Lös följande komplexa ekvationer: (2p + 3p)

$$(a) (2 - i)z = (1 + i)\bar{z} + 4 + 7i, \quad (b) z^2 = 8 - 6i.$$

Svar ska anges i rektangulär form (d.v.s. som $x + iy$, där $x, y \in \mathbb{R}$.)

8. Beräkna $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 6x + 5})$ (3p)

9. Visa att $\sin v < v < \tan v$ då $0 < v < \frac{\pi}{2}$. (3p)

10. Bestäm de reella talen a och b så att funktionen (6p)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\tan 4x}{\sin 2x} & \text{då } x < 0, \\ ax + b & \text{då } 0 \leq x \leq 1, \\ \frac{x-1}{\sqrt{3x+1}-\sqrt{x+3}} & \text{då } x > 1 \end{cases}$$

blir kontinuerlig.

Lycka till!

Formler

Additions- och subtraktionsformlerna för de trigonometriska funktionerna

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \quad \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \quad \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \quad \cot(\alpha + \beta) = \frac{\cot \alpha \cot \beta - 1}{\cot \beta + \cot \alpha}$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \quad \cot(\alpha - \beta) = \frac{\cot \alpha \cot \beta + 1}{\cot \beta - \cot \alpha}$$

Formler för dubbla vinkeln

$$\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad \tan(2\alpha) = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \quad \cot(2\alpha) = \frac{\cot^2 \alpha - 1}{2 \cot \alpha}$$