

MVE425: TEKNISKT BASÅR – MATEMATIK, DEL B

TEORILISTA FÖR TENTAMEN (LÄSÅRET 2018/19)

På tentan ska det komma (bl.a.) frågor av teoretisk karaktär, t.ex. kan man ombeds redogöra för något begrepp eller någon definition. Dessutom blir minst en av uppgifterna på tentan att formulera, härleda eller bevisa någon sats, räkneregel el. dyl. Alla begrepp och resultat i kursboken kan komma att testas på tentan men endast bevis/härledningar av följande resultat är aktuella:

- Formulera och bevisa logaritmlagarna: (Avsnitt 2.5, sid 20)

$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y, \quad \log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y, \quad \log_a(x^p) = p \log_a x,$$

där $x, y > 0, p \in \mathbb{R}$ och $0 < a \neq 1$.

- Formulera och bevisa basbyte för allmänna logaritmer: (Avsnitt 2.7, sid 30)

$$\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b},$$

där $x > 0$ och $0 < a, b \neq 1$.

- Formulera och bevisa areasatsen: (Avsnitt 3.2, sid 39)

$$\text{Arean av } \triangle ABC = \frac{1}{2}ab \sin \gamma, \quad \text{alternativt} \quad \text{Arean} = \frac{1}{2}bc \sin \alpha$$

$$\text{eller} \quad \text{Arean} = \frac{1}{2}ac \sin \beta.$$

- Formulera och bevisa sinussatsen: (Avsnitt 3.3, sid 41)

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}.$$

- Formulera och bevisa cosinussatsen: (Avsnitt 3.4, sid 46)

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma, \quad \text{alternativt} \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$
$$\text{eller} \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta.$$

- Formulera och bevisa additions- och subtraktionsformlerna för sin, cos, tan (se formelbladet). Det duger att kunna bevisa formlerna bara för spetsiga vinklar.

(Avsnitt 3.7, sid 55–57, eller Extramaterial på kurshemsidan)

- Formulera och bevisa formlerna för dubbla vinkeln (se formelbladet). (Avsnitt 3.8, sid 58)

- Härled omskrivningen $a \sin v + b \cos v = c \sin(v + \phi)$. (Avsnitt 3.18, sid 79)

- Bevisa Eulers formler: (Avsnitt 4.9, sid 113)

$$\sin v = \frac{e^{iv} - e^{-iv}}{2i}, \quad \cos v = \frac{e^{iv} + e^{-iv}}{2}$$

- Bevisa sambandet $\sin v \leq v \leq \tan v$ då $0 \leq v < \frac{\pi}{2}$, respektive $\tan v \leq v \leq \sin v$ då $-\frac{\pi}{2} < v \leq 0$. (Avsnitt 5.3, sid 133)

- Bevisa att (Avsnitt 5.3, sid 133 och 135)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

- Definiera $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ formellt, d.v.s. via ε - och δ -omgivning av talen $L \in \mathbb{R}$ och $a \in \mathbb{R}$ och verifiera att definitionen är uppfylld för några enkla gränsvärden som t.ex. $\lim_{x \rightarrow 2} (2x - 1) = 3$.

(Avsnitt 5.1 och Exempel 5.1, sid 121)

OBS: Det kan dock förekomma andra bevisuppgifter som inte bygger på just teorem i kursboken.