

MVE425: TEKNISKT BASÅR – MATEMATIK, DEL B

TEORILISTA FÖR TENTAMEN (LÄSÅRET 2018/19)

På tentan ska det komma (bl.a.) frågor av teoretisk karaktär, t.ex. kan man ombeds redogöra för något begrepp eller någon definition. Dessutom blir minst en av uppgifterna på tentan att formulera, härleda eller bevisa någon sats, räkneregel el. dyl. Alla begrepp och resultat i kursboken kan komma att testas på tentan men endast bevis/härledningar av följande resultat är aktuella:

- Formulera och bevisa logaritmlagarna: (Avsnitt 2.5, sid 18)

$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y, \quad \log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y, \quad \log_a(x^p) = p \log_a x,$$

där $x, y > 0, p \in \mathbb{R}$ och $0 < a \neq 1$.

- Formulera och bevisa basbyte för allmänna logaritmer: (Avsnitt 2.7, sid 26)

$$\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b},$$

där $x > 0$ och $0 < a, b \neq 1$.

- Formulera och bevisa areasatsen: (Avsnitt 3.2, sid 33)

$$\begin{aligned} \text{Arean av } \triangle ABC &= \frac{1}{2}ab \sin \gamma, & \text{alternativt} & \text{Arean} = \frac{1}{2}bc \sin \alpha \\ & & \text{eller} & \text{Arean} = \frac{1}{2}ac \sin \beta. \end{aligned}$$

- Formulera och bevisa sinussatsen: (Avsnitt 3.3, sid 35)

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}.$$

- Formulera och bevisa cosinussatsen: (Avsnitt 3.4, sid 40)

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma, & \text{alternativt} & a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \\ & & \text{eller} & b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta. \end{aligned}$$

- Formulera och bevisa additions- och subtraktionsformlerna för sin, cos, tan (se formelbladet). Det duger att kunna bevisa formelerna bara för spetsiga vinklar.

(Avsnitt 3.7, sid 49–51, eller Extramaterial på kurshemsidan)

- Formulera och bevisa formelerna för dubbla vinkeln (se formelbladet). (Avsnitt 3.8, sid 52)

- Härled omskrivningen $a \sin v + b \cos v = c \sin(v + \phi)$. (Avsnitt 3.18, sid 71)

- Bevisa Eulers formler: (Avsnitt 4.7, sid 99)

$$\sin v = \frac{e^{iv} - e^{-iv}}{2i}, \quad \cos v = \frac{e^{iv} + e^{-iv}}{2}$$

- Bevisa sambandet $\sin v \leq v \leq \tan v$ då $0 \leq v < \frac{\pi}{2}$, respektive $\tan v \leq v \leq \sin v$ då $-\frac{\pi}{2} < v \leq 0$. (Avsnitt 5.3, sid 118)

- Bevisa att (Avsnitt 5.3, sid 118–119)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

- Definiera $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ formellt, d.v.s. via ε - och δ -omgivningar av talen $L \in \mathbb{R}$ och $a \in \mathbb{R}$ och verifiera att definitionen är uppfylld för några enkla gränsvärden som t.ex. $\lim_{x \rightarrow 2} (2x - 1) = 3$.

(Avsnitt 5.1 och Exempel 5.1, sid 107)

OBS: Det kan dock förekomma andra bevisuppgifter som inte bygger på just teorem i kursboken.