Areasatsen:

f kontinuerlig och positiv i ett öppet intervall I. Låt $x_0 \in I$, $x \in I$ och ~~Δx~~ $x_0 \le x$. Om $A(x)$ betecknar arean under kurvan $y = f(x)$ från x_0 till x, så gäller att $A'(x) = f(x)$

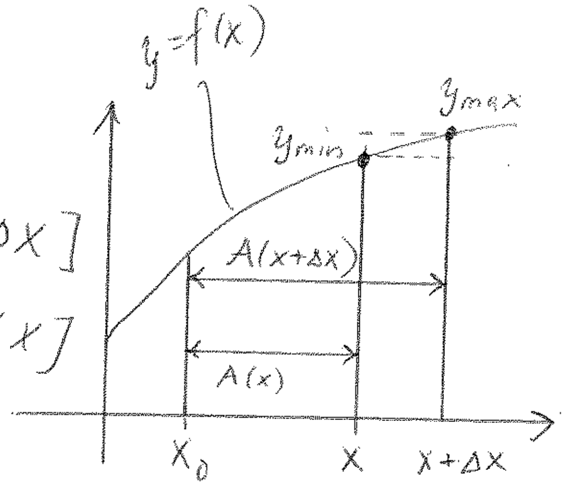
Bevis:

Antag $\Delta x > 0$

y_{max} största värdet i $[x, x+\Delta x]$

y_{min} minsta värdet i $[x, x+\Delta x]$

(se figur)



Jämför areorna

$$y_{min}\,\Delta x \le A(x+\Delta x) - A(x) \le y_{max}\,\Delta x$$

Dividera med Δx

$$y_{min} \le \frac{A(x+\Delta x) - A(x)}{\Delta x} \le y_{max}$$

Låt $\Delta x \to 0$

$$\underbrace{\lim_{\Delta x \to 0} y_{min}}_{f(x) \text{ pga kontinuitet}} \le \underbrace{\lim_{\Delta x \to 0} \frac{A(x+\Delta x) - A(x)}{\Delta x}}_{A'(x)} \le \underbrace{\lim_{\Delta x \to 0} y_{max}}_{f(x) \text{ pga kontinuitet}}$$

Alltså: $A'(x) = f(x)$ VSB!