

Matematik  
Chalmers Tekniska Högskola  
Examinator: Philip Gerlee

Hjälpmedel: Inga  
Telefonvakt:  
Anton Johansson  
031- 772 53 25

---

TENTAMEN I MVE460: ENVARIABELANALYS OCH ANALYTISK GEOMETRI  
Tisdag 8:e januari 2019, 8<sup>30</sup> – 12<sup>30</sup>

1. Visa att om funktionen  $f$  är deriverbar i en punkt  $a \in D_f$  så är  $f$  också kontinuerlig i  $a$ . (5 p)
2. Visa utifrån definitionen av gränsvärde att om  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$  och  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = M$  så är  $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = L + M$ . (6 p)
3. Skissa grafen till funktionen  $f(x) = x - \sqrt{x+1}$ .  
Bestäm var funktionen är kontinuerlig, eventuella singulära punkter och största och minsta värde om det existerar. Ange även alla eventuella lokala extrempunkter och asymptoter, samt bestäm på vilka intervall funktionen är växande respektive avtagande och konvex respektive konkav. (10 p)
4. Bestäm ett approximativt värde till  $\sin(0.1)$  med hjälp av ett lämpligt Taylorpolynom av ordning 3. Bestäm felets tecken och uppskatta dess storlek, samt beräkna ett intervall i vilket det verkliga värdet ligger. (8 p)
5. Visa att  $f(x) = e^{2x+3}$  har en invers och beräkna  $(f^{-1})'(e)$ . (6 p)
6. Bestäm om följande punkter ligger i samma plan:  $P_1 = (1, 1, 1)$ ,  $P_2 = (-2, 0, -2)$ ,  $P_3 = (-1, 1, 0)$  och  $P_4 = (1, 0, -1)$ . (5 p)
7. Bestäm konstanten  $A$  så att skärningslinjen mellan planen  $2x + 5y + Az = 4$  och  $x + 2y + 3z = 1$  är parallell med linjen  $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-2}{2}$ . (6 p)
8. Visa att  $f(x) = \arctan(x) + \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$  med  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$  bara antar två värden. (4 p)

---

Lycka till!

Maxpoäng 50. Betygsgränser: **3**: 20-29, **4**: 30-39, **5**: 40-50.

Lösningar läggs ut på kurshemsidan och Pingpong senast 9/1.

Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.