

Egensystem

En matris har Egenvärde λ och egenvektor $\mathbf{v}$ till en matris $\mathbf{A}$ uppfyller $\mathbf{A} \mathbf{v} = \lambda \mathbf{v}$, $\mathbf{v} \neq \mathbf{0}$.

Det följer att λ uppfyller Sekularekvationen $\det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}) = 0$.

Man kan bestämma egenvektor, sånär som på en multiplikativ koefficient.

Theorem 2 (Sid 288)

Egenvektorer svarande mot *olika* egenvärden är linjärt oberoende.

Diagonalmatris och diagonalisering av matris

En *diagonalmatris* D är kvadratisk och har element $d_{jk} = 0$, om $j \neq k$.

En matris, som kan skrivas $A = P D P^{-1}$ där D är diagonalmatris är *diagonaliserbar*.

Det följer att, om matrisen A har n linjärt oberoende egenvektorer, är A diagonaliserbar med

$P = (\mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2 \ \dots \ \mathbf{v}_n)$ och D diagonalmatris med $d_{jj} = \lambda_j$, $j = 1, 2, \dots, n$.
där P har egenvektorerna som kolonner.

Theorem 2 (Sid 288)

Egenvektorer svarande mot *olika* egenvärden är linjärt oberoende.

Lösning av system av differentialekvationer m.h.a. diago-

nalisering.

typ $\mathbf{A} = n \times n$ och typ $\mathbf{x} = n \times 1$

$$\mathbf{A} \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}'(t) \iff \mathbf{P} \mathbf{D} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}'(t) \iff \mathbf{D} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{x}(t) = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{x}'(t). \text{ Sätt}$$

$\mathbf{y}(t) = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{x}(t)$. Systemet kan då skrivas

$\mathbf{D} \mathbf{y}(t) = \mathbf{y}'(t)$ som betyder att

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 y_1 \\ \lambda_2 y_2 \\ \vdots \\ \lambda_n y_n \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \\ \vdots \\ y_n' \end{pmatrix} \text{ med lösningar } \begin{pmatrix} y_1 = C_1 e^{\lambda_1 t} \\ y_2 = C_2 e^{\lambda_2 t} \\ \vdots \\ y_n = C_n e^{\lambda_n t} \end{pmatrix} \text{ och till sist}$$

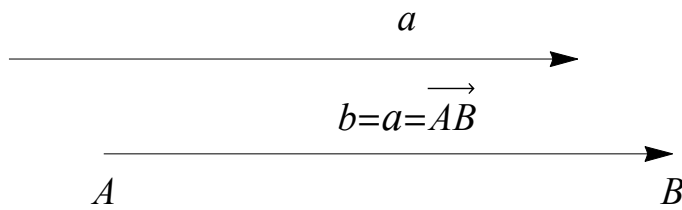
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \mathbf{P} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \mathbf{P} \begin{pmatrix} C_1 e^{\lambda_1 t} \\ C_2 e^{\lambda_2 t} \\ \vdots \\ C_n e^{\lambda_n t} \end{pmatrix}.$$

Man kan dessutom ha ett begynnelsevillkor $x_j(0) = b_j$, $j = 1, 2, \dots, n$, som bestämmer C_j .

Vektoralgebra

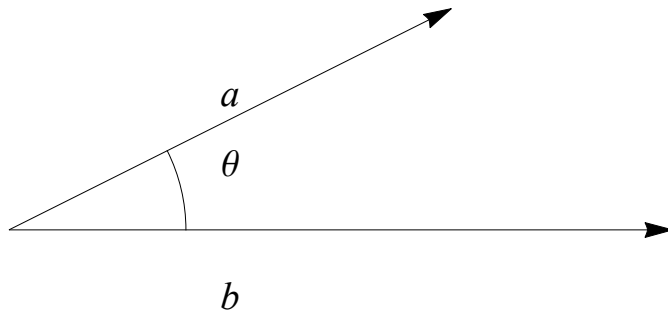
En vektor har längd och riktning och kännetecknas av dessa två egenskaper.

Detta gör vektorn möjlig att parallellförflytta (och förbli samma vektor).



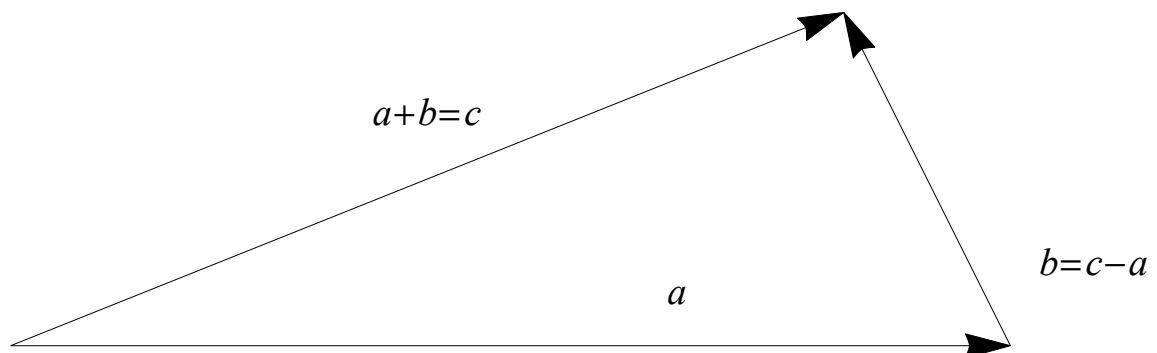
I figuren: $a=b$ eftersom de är parallella och lika långa.

Längden av vektorn a skrivs $|a| \geq 0$ med likhet precis då $a = \mathbf{0}$, nollvektorn (kan ritas som en punkt).



Vinkeln θ mellan två vektorer är vinkeln mellan dessa, sedda som vinkelben med gemensam startpunkt.

Addition av två vektorer och subtraktion: $a+b=c \iff a=c-b$



En enhetsvektor har längd 1.

För en vektor $a \neq \mathbf{0}$ är $\frac{a}{|a|}$ en enhetsvektor.