

MVE475 Inledande Matematisk Analys

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

För godkänt på tentan krävs 25 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från duggor 2016 räknas med. För betyg 4 resp. 5 krävs dessutom 35 resp. 45 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 6 resp. 8 poäng på del 2.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (12p)

2. (a) Rita grafen till funktionen $f(x) = \arcsin x$. Ange f :s definitions- och värdemängd. (2p)
 (b) Härled (bevisa) deriveringsregeln för $\arcsin x$. (3p)
 (c) Bestäm tangenten till kurvan $\tan(x - y) = y^2 \sin x$ i punkten $(\pi; \pi)$. (3p)

3. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska, samt motivera ditt svar.
 (Rätt svar utan motivering ger inga poäng.)
 (a) Om $f'(x) < 0$ på intervallet $(2, 7)$ så är f strängt avtagande på intervallet $(2, 7)$. (1p)
 (b) Om $f(x) = x^4$ så är $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = 108$. (1p)
 (c) Om $\int_0^1 f(x) dx = 0$ så är $f(x) = 0$ för $0 \leq x \leq 1$. (1p)

4. Låt D vara det område i första kvadranten som begränsas av y -axeln, x -axeln och kurvan $y = \cos x$. Beräkna volymen av den kropp som bildas då området D roterar kring
 a) x -axeln. b) y -axeln. (6p)

5. Rita grafen till $f(x) = \arctan\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)$. Ange speciellt eventuella lokala extempunkter och asymptoter. Ta också reda på var funktionen är konvex och konkav (concave up/down). (5p)

VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

I allmänhet kan inte poäng på dessa uppgifter räknas in för att nå godkäntgränsen.

6. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska, samt motivera ditt svar.
(Rätt svar utan motivering ger inga poäng.)

(a) Om f har en diskontinuitet i $x = 0$ så existerar ej $\int_{-1}^1 f(x) dx$. (1p)

(b) Gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin(1/x^2)$ existerar ej. (2p)

(c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\ln\left(1 + \frac{1}{n}\right) + \ln\left(1 + \frac{2}{n}\right) + \dots + \ln\left(1 + \frac{n}{n}\right) \right) = 2 \ln 2 - 1$ (3p)

7. Beräkna $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x (1 + \sin 3t)^{1/t} dt$. (5p)

(Antag att integranden är definierad och kontinuerlig i $t = 0$.)

8. Bevisa medelvärdessatsen för derivator. (5p)

Lycka till!
Jonny L

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Funktionen $f(x) = \frac{2x^3 + 4x^2 + 2x + 3}{x^2 + 2x + 4}$ har en sned asymptot. Bestäm dess ekvation. (3p)

Lösning:

Svar:

(b) Beräkna den obestämda integralen $\int \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} dx$. (3p)

Lösning:

Svar:

(c) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos 2x}{x^2}$. (3p)

Lösning:

Svar:

(d) Beräkna den generaliserade integralen $\int_1^\infty \frac{1}{x^2 + x} dx$. (3p)

Lösning:

Svar: