

MVE480 Linjär algebra

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

För godkänt på tentan krävs 25 poäng. Bonuspoäng från duggor 2018 räknas med. För betyg 4 resp. 5 krävs dessutom 35 resp. 45 poäng sammanlagt på tentamens två delar.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Del 1: Godkänddelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad (16p)
inlämnas tillsammans med övriga lösningar.

2. (a) Definera begreppet bas för ett underrum i $\mathbb{R}^n$. (2p)
(b) Definera vad som menas med nollrummet hos en $m \times n$ matris A . (2p)
(c) Definera begreppet egenvektor till en $n \times n$ matris A . (2p)

3. Låt

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -10 & 14 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 11 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -5 & 7 & 3 \end{bmatrix}$$

- (a) Bestäm en bas för Col A . (2p)
(b) Bestäm en bas för Nul A . (2p)
(c) Bestäm rank A och dim Nul A . (1p)

4. Låt T vara den linjära avbildning $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ som defineras genom (4p)

$$T(\mathbf{x}) = (x_1 - 2x_2, -x_1 + 3x_2, 3x_1 - 2x_2).$$

Bestäm $\mathbf{x}$ så att $T(\mathbf{x}) = (-1, 4, 9)$.

5. Lös följande system av differentialekvationer

$$\begin{cases} x_1'(t) &= 2x_1(t) + 5x_2(t) \\ x_2'(t) &= x_1(t) - 2x_2(t) \end{cases}.$$

(5p)
VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

6. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska, samt motivera ditt svar.
(Rätt svar utan motivering ger inga poäng.)

(a) Om T är en injektiv linjär avbildning från $\mathbb{R}^n$ till $\mathbb{R}^m$, så är $n \leq m$. (2p)

(b) Om A är radekvivalent med enhetsmatrisen så är A diagonaliserbar. (2p)

(c) Om Π är ett plan genom origo i $\mathbb{R}^3$ och $T(\mathbf{x})$ betecknar spegelbilden av vektorn $\mathbf{x}$ i Π , så är standardmatrisen för avbildningen T diagonaliserbar. (2p)

7. En ljusstråle utgår från punkten $A = (1, 2, 1)$ i en riktning som ges av vektorn $\mathbf{v} = (1, 0, 2)$ och träffar en spegel belägen i planet $x + y - z - 1 = 0$.

(a) I vilken punkt träffar ljusstrålen planet? (1p)

(b) Bestäm en ekvation för den reflekterade ljusstrålen. (3p)

8. Visa att om produkten AB av två kvadratiska matriser A och B är inverterbar så är både A och B inverterbara. (4p)

Lycka till!
Jonny L

Anonym kod	MVE480 Linjär algebra 180608	sid.nummer 1	Poäng
------------	------------------------------	------------------------	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Bestäm determinanten till matrisen $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 6 & 6 & 7 \\ 4 & 0 & 4 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 5 & 6 & 7 & 1 & 8 \end{bmatrix}$.

(3p)

Lösning:

Svar:

- (b) Bestäm på parameterform, linjen L som går genom punkterna $(4, -1, 0)$ och $(2, 0, 2)$.

(3p)

Lösning:

Svar:

- (c) Bestäm minstakvadratlösningen till $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ då $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

(3p)

Lösning:

Svar:

VÄND!

(d) För vilka värden av $a; b \in \mathbb{R}$ är matrisen A diagonaliserbar? (3p)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & a & 2 \\ 0 & 2 & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Lösning:

Svar:

(e) Bestäm alla värden på konstanten a så att vektorn $\mathbf{u} = (2, 1, 1)$ blir ortogonal mot vektorn $\mathbf{v} = (a, 1 + a, 1 - a)$. Beräkna sedan längden av vektor $\mathbf{u} + 2\mathbf{v}$ för det erhållna värdet på konstanten a . (4p)

Lösning:

Svar: