

Analys 1, MVE535, vt 2019, Övning 1.1

Ex. Faktorisera så långt som möjligt

(a) $a^4 + 8ab^6$

(b) $54x^2y^7 - 16x^5y$

Lös.: (a) $a^4 + 8ab^6 = a(a^3 + 8b^6) = a(a^3 + (2b^2)^3) =$

$$= a(a + 2b^2)(a^2 - a \cdot 2b^2 + (2b^2)^2) =$$

$$= a(a + 2b^2)(a^2 - 2ab^2 + 4b^4)$$

(b) $54x^2y^7 - 16x^5y = 2x^2y(27y^6 - 8x^3) =$

$$= 2x^2y((3y^2)^3 - (2x)^3) = 2x^2y(3y^2 - 2x)(9y^4 + 6xy^2 + 4x^2)$$

Ex. Lös olikheten $\frac{x+1}{x} \geq 2$

Lös.: $\frac{x+1}{x} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{x+1}{x} - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x+1-2x}{x} \geq 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{1-x}{x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x} \leq 0$$

		0		1	
x	—	0	+		+
x-1	—		—	0	+
$\frac{x-1}{x}$	+	ej def.	—	0	+

$$\therefore x \in (0, 1]$$

Egenskaper för absolutbelopp: $a, b \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z}$

1. $|a|^2 = a^2$

2. $|a^n| = |a|^n$

3. $|ab| = |a||b|$

$$4. \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} \quad b \neq 0$$

$$5. |x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$$

$$6. |x| > a \Leftrightarrow x < -a \text{ eller } x > a$$

Ex. Lös olikheten $|2x + 5| < 1$

Lös.: I. Algebraiskt: $|2x + 5| < 1 \stackrel{5.}{\Leftrightarrow}$

$$\Leftrightarrow -1 < 2x + 5 < 1 \Leftrightarrow -6 < 2x < -4 \Leftrightarrow$$

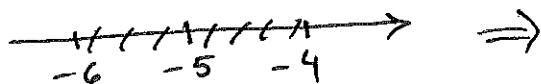
$$\Leftrightarrow -3 < x < -2$$

$$\therefore x \in (-3, -2)$$

II. Geometriskt: Låt $t = 2x \Rightarrow |t + 5| < 1 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow |t - (-5)| < 1$$

↑
avst. mellan t o -5



$$\Rightarrow -6 < t < -4 \Leftrightarrow -6 < 2x < -4 \Leftrightarrow -3 < x < -2$$

$$\therefore x \in (-3, -2)$$

Ex. Förenkla $\sqrt[3]{\sqrt[4]{a^6}}$

$$\text{Lös.}: \sqrt[3]{\sqrt[4]{a^6}} = \sqrt[3]{(a^6)^{1/4}} = \sqrt[3]{((a^2)^{1/2})^{3/2}} =$$

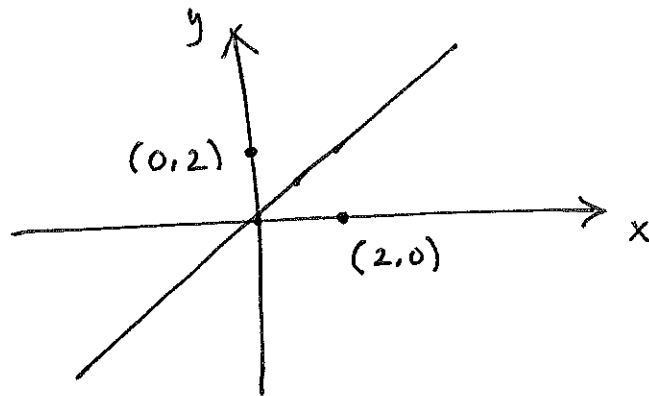
$$= \sqrt[3]{(\sqrt{a^2})^{3/2}} = \sqrt[3]{|a|^{3/2}} = (|a|^{3/2})^{1/3} = |a|^{1/2} = \sqrt{|a|}$$

Ex. Beskriv grafen till ekvationen

$$\sqrt{(x-2)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (y-2)^2}$$

Lös.: $\sqrt{(x-2)^2 + y^2}$ = avståndet från $(2,0)$ till (x,y)

$\sqrt{x^2 + (y-2)^2}$ = ——— || ——— $(0,2)$ till (x,y)



$\therefore$ Den räta linjen $y=x$

Ex. Ta fram ekv. för den räta linje som går genom $(-1, -2)$ och är vinkelrät mot den räta linjen $2x + 5y + 8 = 0$.

Lös.: $2x + 5y + 8 = 0 \Leftrightarrow 5y = -2x - 8 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{2}{5}x - \frac{8}{5} \Rightarrow k_2 = -\frac{2}{5}$$

Söker k_1 s.a. $k_1 \cdot k_2 = -1 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow k_1 = \frac{-1}{k_2} = \frac{-1}{-\frac{2}{5}} = \frac{5}{2} \Rightarrow y = \frac{5}{2}x + m$$

Linjen går genom $(-1, -2)$: $-2 = \frac{5}{2} \cdot (-1) + m$

$$\Leftrightarrow m = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore y = \frac{5}{2}x + \frac{1}{2}$$

