

Analys 1, MVE 535, vt 2019, Övning 1.2

Ex. Bestäm transversal- och brännpunkterna till ellipsen $100x^2 + 36y^2 = 225$ och skissa dess graf.

Lös.: $100x^2 + 36y^2 = 225 \Leftrightarrow 4.25x^2 + 4.9y^2 = 9.25$

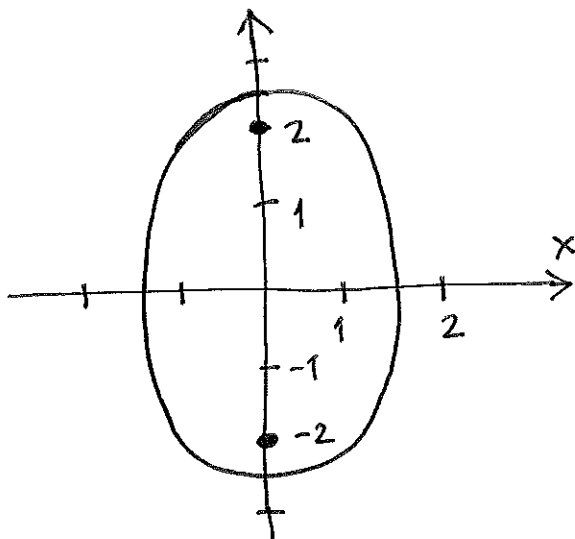
$$\Leftrightarrow \frac{4x^2}{9} + \frac{4y^2}{25} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{9/4} + \frac{y^2}{25/4} = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{(3/2)^2} + \frac{y^2}{(5/2)^2} = 1$$

$$\frac{5}{2} > \frac{3}{2} \Rightarrow \text{transversalpunkter: } (0, \pm \frac{5}{2})$$

$$c^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{25-9}{4} = \frac{16}{4} = 4 \Rightarrow c = \pm 2$$

$$\Rightarrow \text{brännpunkter: } (0, \pm 2)$$



Ex. Bestäm definitionsmängden till:

(a) $f(x) = \frac{1}{1 - \sqrt{x-2}}$

(b) $F(x) = \sqrt{2 - \sqrt{x}}$

Lösning: (a) $\sqrt{x-2}$ välddefinierad om $x \geq 2$

$f(x)$ välddefinierad om dessutom $1 - \sqrt{x-2} \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$
alltså $\therefore D_f = [2, \infty) \setminus \{3\} = [2, 3) \cup (3, \infty)$ ← eller

(b) $\sqrt{x}$ välddefinierad om $x \geq 0$

$F(x)$ välddefinierad om dessutom $2 - \sqrt{x} \geq 0$

$$\Leftrightarrow 2 \geq \sqrt{x} \Leftrightarrow x \leq 4$$

$$\therefore D_F = [0, \infty) \cap (-\infty, 4] = [0, 4]$$

Ex. Är följande funktioner jämna/udda?

(a) $f(x) = 1 + 3x^2 - x^4$

(b) $g(x) = 1 + 3x^3 - x^5$

Lösning: (a) $f(-x) = 1 + 3(-x)^2 - (-x)^4 =$
 $= 1 + 3x^2 - x^4 = f(x)$

$\therefore f$ jämn

(b) $g(-x) = 1 + 3(-x)^3 - (-x)^5 =$
 $= 1 - 3x^3 + x^5 \neq -(1 + 3x^3 - x^5) = -g(x)$

$\therefore g$ varken jämn eller udda

Ex. Skissa grafen till funktionen

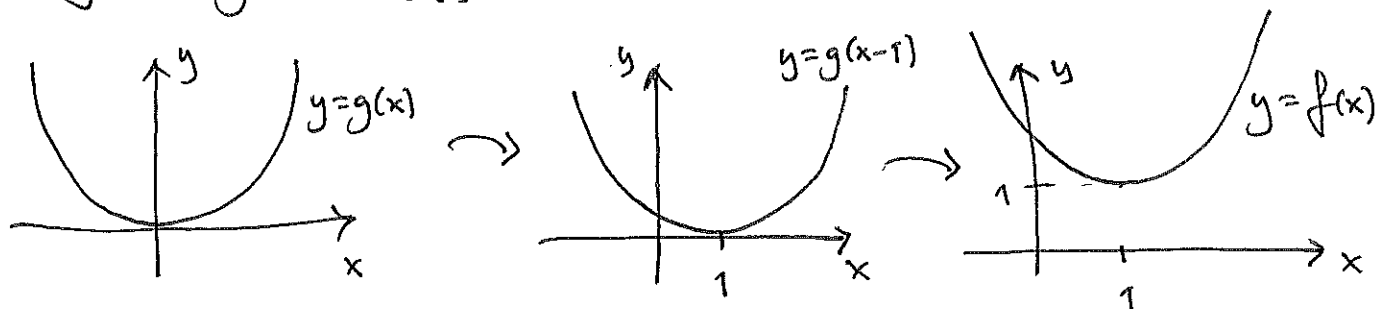
$$f(x) = (x-1)^2 + 1$$

genom att utgå från grafen till $g(x) = x^2$.

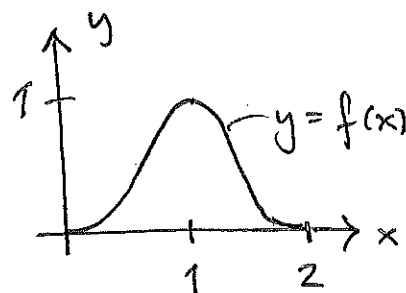
lös.: Vi har att $f(x) = g(x-1) + 1$

Grafen till $g(x-1)$ = Grafen till $g(x)$ förskjuten
1 steg åt höger (det värde $g(x)$ har då $x=0$
har $g(x-1)$ då $x=1$, osv.)

$f(x) = g(x-1) + 1$ ← öka alla y -värden med 1

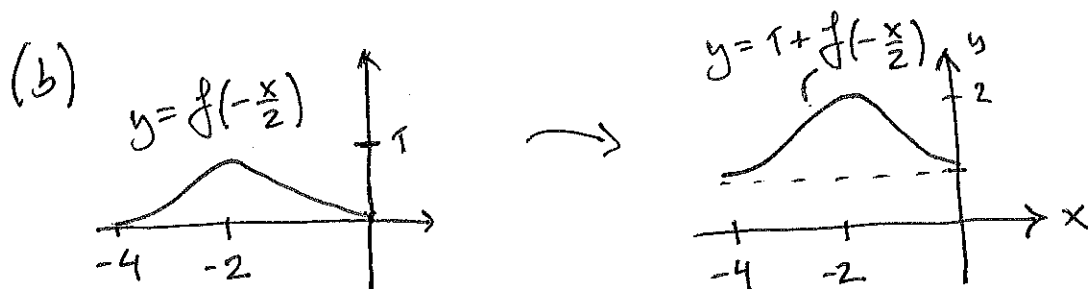
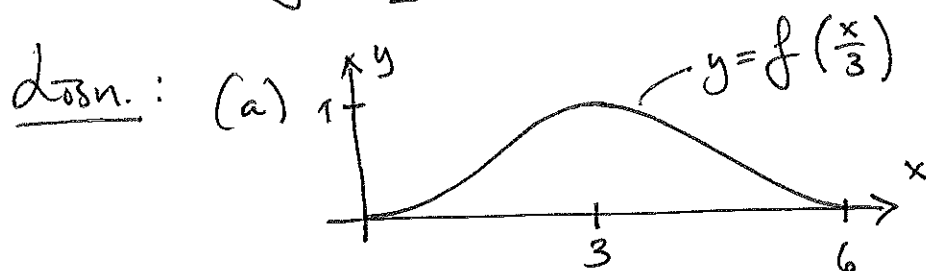


Ex. Funktionen $f(x)$ har grafen
skissa grafen till:



(a) $f(\frac{x}{3})$

(b) $1 + f(-\frac{x}{2})$



Ex. Vad är $f(x)$ om:

(a) $g(x) = x - 1$ och $f \circ g(x) = \frac{1}{x^2}$?

(b) $g(x) = x^{1/3}$ och $f \circ g(x) = 2x + 3$

Lös.: (a) $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x - 1) = \frac{1}{x^2}$

Låt $t = x - 1 \Leftrightarrow x = t + 1$. Uttryck $\uparrow$ i t .

$$\Rightarrow f(t) = \frac{1}{(t+1)^2} \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$$

(b) $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x^{1/3}) = 2x + 3$

Låt $t = x^{1/3} \Leftrightarrow x = t^3$. Uttryck $\uparrow$ i t :

$$f(t) = 2 \cdot t^3 + 3 \Leftrightarrow f(x) = 2x^3 + 3$$