Lösningsförslag till Tentamen i nautisk matematik, LNC 022, för SK1, 20160314 f.m.

1. (a) Beräkna de vinklar v i en triangel sådana att $\cos v = -0.8$...

$$v = \arccos(-0.8) = 143.1^\circ$$

2p

(b) Beräkna exakt längden av kateten a i en rätvinklig triangel, där den andra kateten har längden 11 cm och hypotenusan har längden 17 cm...

$$a = \sqrt{17^2 - 11^2} = \sqrt{(17+11)(17-11)} = \sqrt{28 \cdot 6} = 2\sqrt{42}\,.$$

3p

(c) Beräkna exakt vinkeln mellan vektorerna $\boldsymbol{u} = (1,2,1)$ och $\boldsymbol{v} = (3,5,8)$...

$$\cos\theta = \frac{\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{v}}{|\boldsymbol{u}||\boldsymbol{v}|} = \frac{21}{\sqrt{6}\sqrt{98}} = \frac{3\cdot 7}{\sqrt{3}\sqrt{2}\sqrt{2}\cdot 7} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Longleftrightarrow \theta = 30^\circ.$$

3p

2. Givet funktionen $y = A\cos\omega\, t$...

(a) Funktionens amplitud $A = \dfrac{1}{2}$ och period $T = 2$. 2p

(b) Funktionens vinkelfrekvens $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \pi$. 2p

3. En triangel har sidolängder $3 = a$, $5 = b$ och $7 = c$ (cm)...

(a) Triangelns största vinkel är C, där

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{-15}{30} \Longleftrightarrow C = 120^\circ$$

4p

(b) Triangelns area ges av Areasatsen:

$$T = \frac{ab\sin C}{2} = \frac{3\cdot 5\cdot\sqrt{3}}{2\cdot 2} = \frac{15\sqrt{3}}{4}\ \text{cm}^2$$

4p

4. (Terrester navigation)
Vi har kgv $= 80.0^\circ$, fgv $= 13.0 =: b$, ks $= 135.0^\circ$ och fs $= 3.0 =: c$.

(a) Bestäm fartygets fart över grund...
Vinkeln $C =$ kög$-$kgv är motstående vinkel till fs. Låt vinkeln A i strömtriangeln stå mot fög $=: a$. Då är

$$360^\circ = A + (180^\circ - \text{kgv}) + \text{ks} \Longleftrightarrow A = 180^\circ + \text{kgv} - \text{ks} = 125^\circ.$$

Cosinussaten ger

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A = 13.0^2 + 3.0^2 - 2\cdot 13.0\cdot 3.0\cdot\cos 125^\circ$ som ger $a \approx 14.9$.

4p

(b) Fartygets kurs över grund är $C +$ kgv, där

$$\frac{\sin C}{c} = \frac{\sin A}{a} \Longleftrightarrow \sin C = \frac{c}{a}\sin A = \frac{3.0}{14.9...}\cdot\sin 125^\circ\,.$$

Detta ger $C = 9.47747...^\circ$. och därmed kög $\approx 89.5^\circ$. 4p

5. (Storcirkelseglats)
Sätt $a = b = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ och $C = 15.0^\circ - (-15.0^\circ) = 30^\circ$.

(a) Distansen längs storcirkeln mellan A och B ges av c, där

$$\cos c = \cos^2 a + \sin^2 a\cos C = \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{8} \Longrightarrow c = 14.8709...^\circ.$$

Distansen är $60c \approx 892.3$ M. 3p

(b) Kurserna i A är $k_A = A$, där

$$\cos a = \cos a\cos c + \sin a\sin c\cos A \text{ som ger } A = 65.0^\circ = k_A.$$

och $k_B = 180^\circ - A = 115^\circ$. 4p

(c) Distansen mellan A och B, längs parallellcirkeln mellan A och B är, nautiska mil

$$C\cdot\frac{\pi}{180\cdot 1.852}\cdot 6367\cdot\cos 60.0^\circ \approx 900.0 \text{ M}$$

6p

6. (a) Beteckna avståndet AO med R och uttryck r_s i r och$R$...
Trianglarna APO och PSO är vinkelräta och likformiga. Mer exakt gäller att

$$\frac{r_s}{r} = \frac{AP}{R} = \frac{\sqrt{R^2 - r^2}}{R} \Longleftrightarrow r_s = \frac{r\sqrt{R^2 - r^2}}{R}$$

(b) Med $r = 3$ och $R = 5$ blir

$$r_s = \frac{3}{5}\,(5^2 - 3^2)^{1/2} = \frac{12}{5}\,.$$