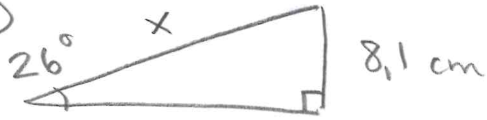
Lösningar tenta SJM001

Elin Götmark 2019-08-23

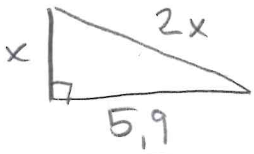
1. a.



$$\frac{8,1}{x} = \sin(26°)$$

$$x = \frac{8,1}{\sin(26°)} = 18,477\ldots \approx \underline{\underline{18 \text{ cm}}}$$

b.



Pythagoras sats ger: $5,9^2 + x^2 = (2x)^2$

$5,9^2 = 4x^2 - x^2 = 3x^2$

$x = \sqrt{\frac{5,9^2}{3}} = 3,406\ldots \approx \underline{\underline{3,4 \text{ cm}}}$ och $2x \approx \underline{\underline{6,8}}$ cm

c. Om volymen ska minska med 50% är volymskalan $V = 0,50$ $V = L^3$, så $L^3 = 0,5$ och $L = \sqrt[3]{0,5} = 0,7937\ldots \approx 0,79$

Sidorna ska alltså vara $\underline{79\%}$ av vad de var, dvs de ska minska med $\underline{\underline{21\%}}$.

d. Funktionen ska vara $A\sin(Bx + C)$ i allmänhet. $A = 2$ för att höjden ska bli 2. $B = 1$ för att perioden ska vara 2π. Vad ska C vara?

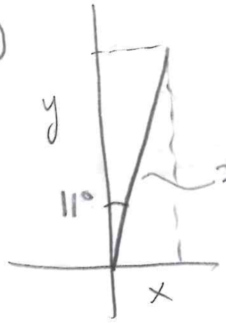
$2\sin(x) = 2$ när $x = \frac{\pi}{2}$, så funktionen ska förskjutas med $\frac{\pi}{2}$ åt vänster, så $C = \frac{\pi}{2}$.

Svar: $\underline{2\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)}$.

2. a. $\overrightarrow{AB} = (2,3) - (-4,1) = (6,2)$.

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{6^2 + 2^2} = \underline{\underline{\sqrt{40}}} = 6,324\ldots$ längdenheter.

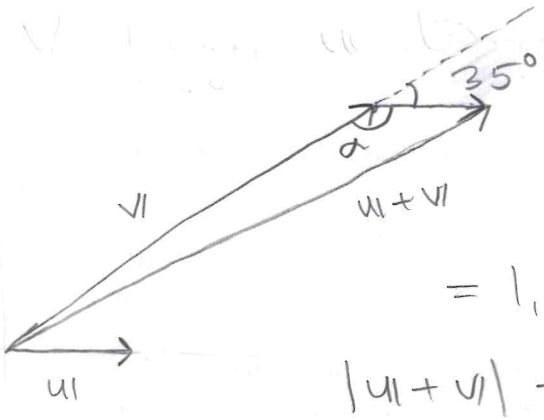
b.



$$\frac{x}{7{,}3} = \sin(11°) \qquad x = 7{,}3\sin(11°) = 1{,}392\ldots \approx \underline{1{,}4 \text{ cm}}$$

$$\frac{y}{7{,}3} = \cos(11°) \qquad y = 7{,}3\cos(11°) = 7{,}165\ldots \approx 7{,}2 \text{ cm}$$

3.



$$\alpha = 180° - 35° = 145°$$

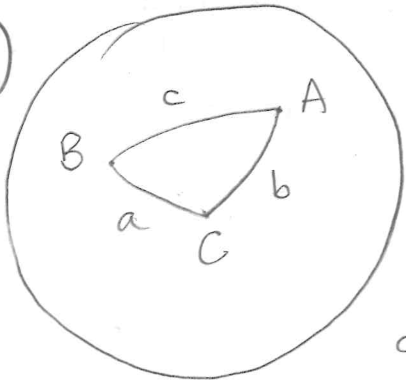
Cosinussatsen ger:

$$|\mathbf{u}+\mathbf{v}|^2 = |\mathbf{v}|^2 + |\mathbf{u}|^2 - 2|\mathbf{u}|\cdot|\mathbf{v}|\cos(\alpha)$$

$$= 1{,}9^2 + 6{,}5^2 - 2\cdot 1{,}9\cdot 6{,}5\cdot\cos(145°)$$

$$|\mathbf{u}+\mathbf{v}| = 8{,}1297\ldots \approx \underline{\underline{8{,}1 \text{ cm}}}$$

4.



C är den största vinkeln, eftersom c är den längsta sidan. Cosinussatsen ger

$$\cos(c) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)\cos(C)$$

$$\cos(C) = \frac{\cos(c) - \cos(a)\cos(b)}{\sin(a)\sin(b)} =$$

$$= \frac{\cos((2836/60)°) - \cos((1521/60)°)\cos((1934/60)°)}{\sin((1521/60)°)\sin((1934/60)°)}$$

$$C = 112{,}08\ldots \approx \underline{\underline{112{,}1°}}$$

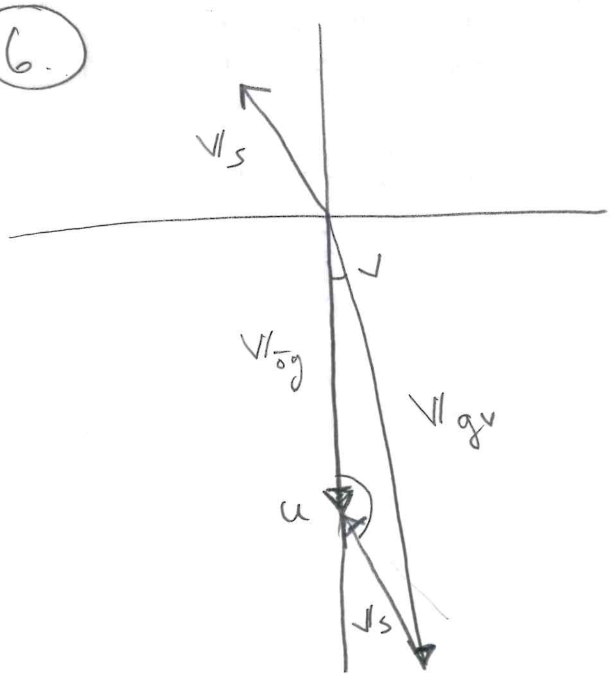
(5.) $T = \dfrac{ab\sin(C)}{2}$, där $C = 132°$, $a = 5{,}9$ cm och $T = 45{,}6$ cm^2 = triangelns area

Så $b = \dfrac{2T}{a\sin(C)} =$

$= \dfrac{2 \cdot 45{,}6}{5{,}9\sin(132°)} = 20{,}8002\ldots \approx \underline{\underline{21 \text{ cm}}}$.

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(132°)$ $\quad c = 25{,}133\ldots \approx \underline{\underline{25 \text{ cm}}}$.

(6.)



$|v_{ög}| = 9{,}4$ knop

$|v_s| = 3{,}7$ knop.

$u = 180° - (360° - 331°) = 151°$

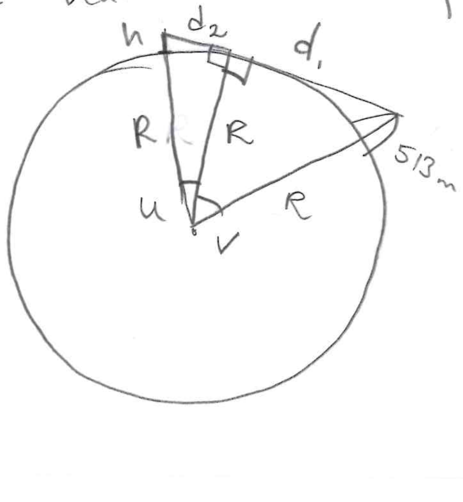
$|v_{gv}|^2 = 9{,}4^2 + 3{,}7^2 - 2 \cdot 9{,}4 \cdot 3{,}7 \cdot \cos(151°)$

$|v_{gv}| = 12{,}76\ldots \approx \underline{\underline{13 \text{ knop}}}$

$\dfrac{\sin(v)}{3{,}7} = \dfrac{\sin(151°)}{|v_{gv}|}$

$v = 8{,}079\ldots$ Kursen genom vattet är då $180° - v = 171{,}9\ldots \approx 172°$.

(7.) (a.) Vi räknar först ut hur långt bort horisonten är när du står på ön. $R = 6371$ km.



Pythagoras sats ger

$d_1^2 + R^2 = (R + 0{,}513)^2$

$d_1 = \sqrt{(R + 0{,}513)^2 - R^2} = 80{,}85\ldots$ km

Nu vill vi veta hur högt över havet vi måste vara för att horisonten ska vara $d_2 = 100 - 80{,}85\ldots$ km bort, dvs för att $d_1 + d_2 = 100$ km.

$$d_2^2 + R^2 = (R+h)^2 \iff h = \sqrt{d_2^2 + R^2} - R =$$

$$= 0{,}02877\ldots \text{ km} = 28{,}77\ldots \text{ m}$$

$$\approx \underline{\underline{28{,}8 \text{ m}}}$$

b. Vi vill ta reda på $u+v$ för att få avståndet längs jordytan.

$$v = \cos^{-1}\left(\frac{R}{R+0{,}513}\right) = 0{,}727\ldots$$

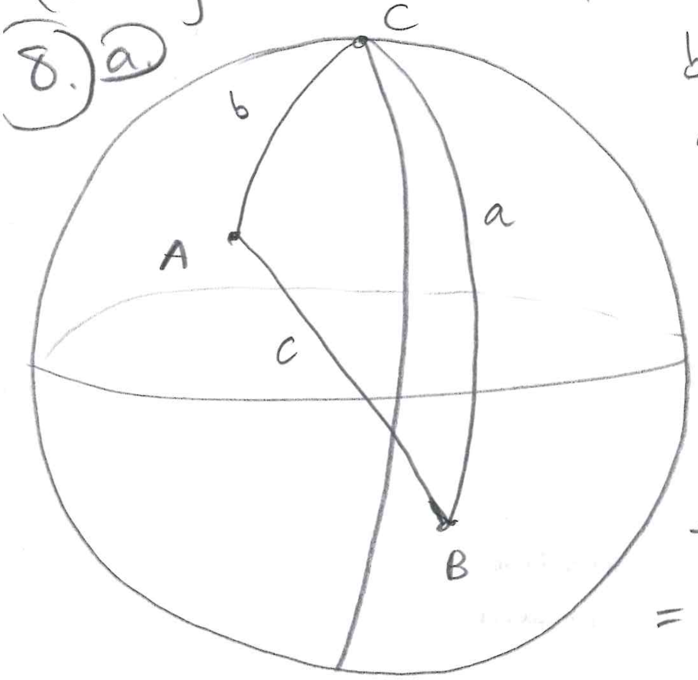
$$u = \cos^{-1}\left(\frac{R}{R+h}\right) = 0{,}1722\ldots$$

$v+u = 0{,}899\ldots^\circ$ Så avståndet längs jordytan

$$= 60\cdot(v+u) = 53{,}956\ldots \text{ sjömil} \approx \underline{\underline{54{,}0 \text{ sjömil}}}$$

(För jämförelse: $53{,}956\ldots \cdot 1852 = 99\,928{,}22\ldots$ m)

8. a.



$$b = 90^\circ - 40^\circ 43' = 49^\circ 17'$$

$$a = 90^\circ + 33^\circ 56' = 123^\circ 56'$$

$$C = 44^\circ 00' + 18^\circ 25' = 62^\circ 25'$$

$$\cos(c) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)\cos(C)$$

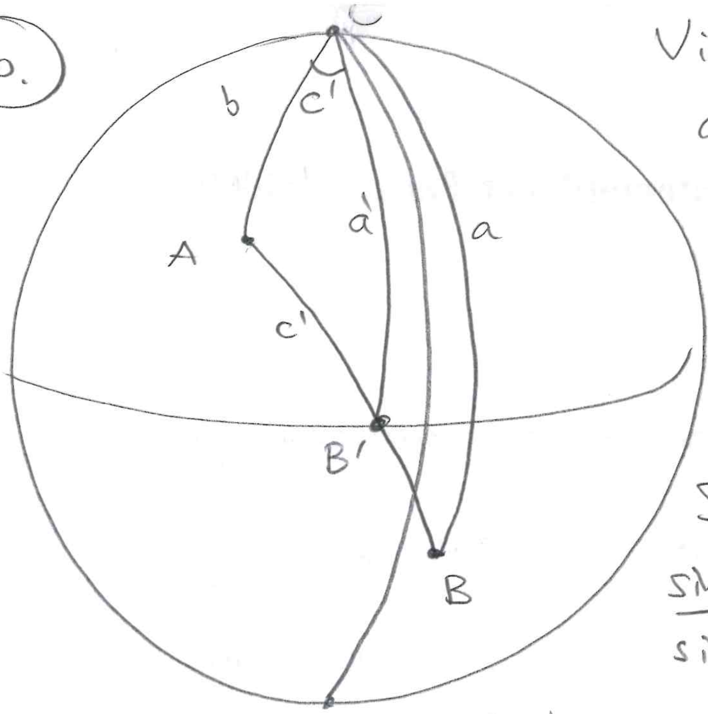
$$c = \cos^{-1}\left(\cos\left(123 + \frac{56}{60}\right)\cos\left(49 + \frac{17}{60}\right) + \right.$$

$$\left. + \sin\left(123 + \frac{56}{60}\right)\sin\left(49 + \frac{17}{60}\right)\cos\left(62 + \frac{25}{60}\right)\right) =$$

$$= 94{,}1838\ldots^\circ = 94{,}1838\ldots \cdot 60 \text{ sjömil} \approx$$

$$\approx \underline{\underline{5651 \text{ sjömil}}}$$

b.



Vi söker C'.

$a' = 90°$. Vi räknar först ut A:

$$\frac{\sin(A)}{\sin(a)} = \frac{\sin(C)}{\sin(c)}$$

$A = 47{,}506\ldots°$

Sedan räknar vi ut B':

$$\frac{\sin(B')}{\sin(b)} = \frac{\sin(A)}{\sin(a')} \qquad B' = 33{,}977\ldots°$$

$$\cos(c') = \cos(b)\underbrace{\cos(a')}_{=\cos(90°)=0} + \sin(b)\underbrace{\sin(a')}_{=1}\cos(C')$$

Så $\cos(C') = \cos(c')/\sin(b)$. Men först måste vi räkna ut c'!

$$\cos(b) = \underbrace{\cos(a')}_{=0}\cos(c') + \underbrace{\sin(a')}_{=1}\sin(c')\cos(B')$$

Så $\sin(c') = \cos(b)/\cos(B') \qquad c' = 51{,}87\ldots°$

Till slut, $C' = \cos^{-1}(\cos(c')/\sin(b)) = 35{,}452\ldots° =$

$= 35° + 0{,}452\ldots \cdot 60' \approx 35°27'$.

Longituden när vi korsar ekvatorn är då

$44°00' - 35°27' = 8°33'$. Svar: $\underline{008°33'W}$