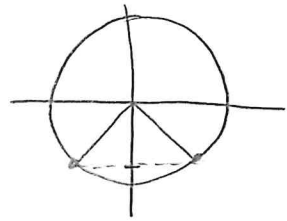


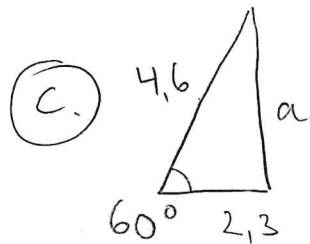
1. a. $\sin^{-1}(-0,81) = -54,095...^\circ \approx -54^\circ$



Vi ska ha vinklar mellan 0° och 360° ,
så vi väljer lösningen $-54^\circ + 360^\circ = \underline{306^\circ}$

Den andra lösningen är $180^\circ + 54^\circ = \underline{234^\circ}$

b. Längdskalen är $L = \frac{10,1}{6,3}$, då är areaskalan
 $A = L^2 = \left(\frac{10,1}{6,3}\right)^2$. Den stora triangelns area
är alltså $15,9 \cdot \left(\frac{10,1}{6,3}\right)^2 = 40,865... \approx \underline{41 \text{ cm}^2}$



Vi vet att $\cos(60^\circ) = \frac{1}{2}$.

Men $\frac{2,3}{4,6} = \frac{1}{2}$, alltså måste triangeln
vara rätvinklig.

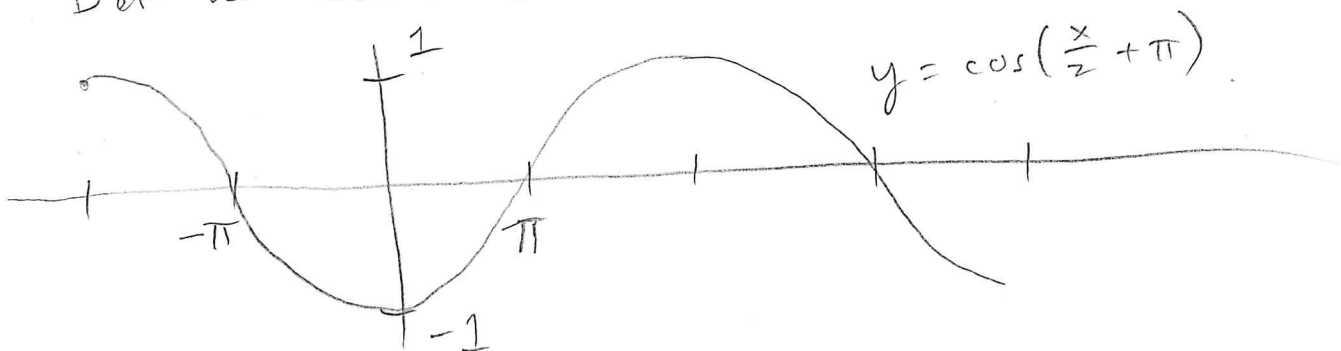
Alternativ lösning: $a = \left(2,3^2 + 4,6^2 - 2 \cdot 2,3 \cdot 4,6 \cdot \cos(60^\circ)\right)^{1/2}$
 $= \frac{23\sqrt{3}}{10}$, och $a^2 + 2,3^2 = 4,6^2$.

Triangeln är alltså rätvinklig enligt Pyth. sat.

d. Temen $\frac{x}{2}$ innebär att perioden är dubbelt
så lång, dvs 4π . Funktionen $\cos(x)$ är 1
när $x = 0$. När är $\frac{x}{2} + \pi = 0$?

$$\frac{x}{2} + \pi = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{2} = -\pi \Leftrightarrow x = -2\pi.$$

Det är alltså här som $\cos\left(\frac{x}{2} + \pi\right) = 1$.



(2.) a. $u - v = (-2, 3) - (1, 1) = (-3, 2)$

$$|(-3, 2)| = \sqrt{(-3)^2 + 2^2} = \sqrt{13} = 3,605...$$

b. $u + v = (-2, 3) + (1, 1) = (-1, 4)$. Vinkeln mellan $(-1, 4)$ och $(-3, 2)$ ges av

$$\cos(v) = \frac{(-1, 4) \cdot (-3, 2)}{|(-1, 4)| \cdot |(-3, 2)|} = \frac{(-1) \cdot (-3) + 4 \cdot 2}{\sqrt{(-1)^2 + 4^2} \sqrt{13}} =$$

$$= \frac{11}{\sqrt{17} \cdot \sqrt{13}}$$

$$v = \cos^{-1}\left(\frac{11}{\sqrt{17} \sqrt{13}}\right) = 42,273...^\circ$$

c. Tex $(0, 5, 1)$, eftersom $(0, 5, 1) \cdot (4, -1, 5) = 0 - 5 + 5 = 0$.

(3.) Vi räknar ut vektorena som går längs triangelns sidor, och kollar sedan om några av dem är vinkelräta.

$$\vec{AB} = (7, 3, -1) - (-2, 1, 3) = (9, 2, -4)$$

$$\vec{BC} = (2, -4, 1) - (7, 3, -1) = (-5, -7, 2)$$

$$\vec{AC} = (2, -4, 1) - (-2, 1, 3) = (4, -5, -2)$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{BC} = (9, 2, -4) \cdot (-5, -7, 2) = 9 \cdot (-5) + 2 \cdot (-7) + (-4) \cdot 2 = -45 - 14 - 8 \neq 0$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = (9, 2, -4) \cdot (4, -5, -2) = 9 \cdot 4 + 2 \cdot (-5) + (-4) \cdot (-2) = 36 - 10 + 8 \neq 0$$

$$\vec{BC} \cdot \vec{AC} = (-5, -7, 2) \cdot (4, -5, -2) = -5 \cdot 4 + (-7) \cdot (-5) + 2 \cdot (-2) = -20 + 35 - 4 \neq 0$$

Svar: Nej.

4. Vi vet att $\text{arean} = \frac{a \cdot b \cdot \sin(C)}{2}$,
där $a = 4,3 \text{ cm}$ och $C = 77^\circ$.

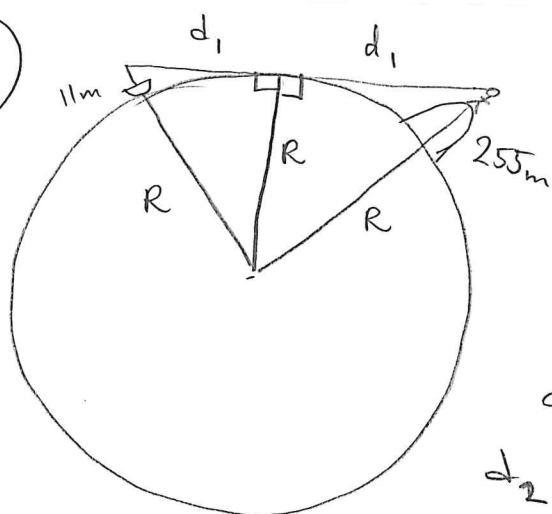
$$\text{Så } b = \frac{2 \cdot 10,7}{4,3 \cdot \sin(77^\circ)} = 5,1076... \approx \underline{\underline{5,1 \text{ cm}}}$$

Cosinussatsen ger då

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(C)$$

$$c = 5,8904... \approx \underline{\underline{5,9 \text{ cm}}}$$

5.



Se bilden. Höjderna är
förstär kraftigt överdrivna.

Vi söker $d_1 + d_2$. $R = 6371 \text{ km}$

Pythagoras sats ger:

$$d_2^2 + R^2 = (R + 11)^2$$

$$d_2 = \sqrt{(6371.011)^2 - 6371.000^2} =$$

$$= 11839,00845...$$

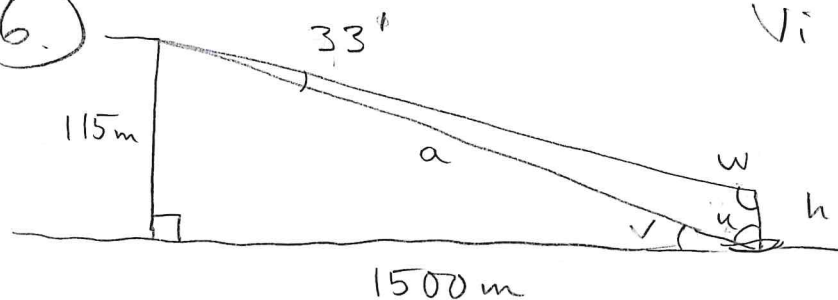
$$d_1^2 + R^2 = (R + 255)^2$$

$$d_1 = \sqrt{6371255^2 - 6371000^2} =$$

$$= 57002,41245...$$

$$d_1 + d_2 \approx \underline{\underline{69 \text{ km}}}$$

6.



Vi söker h .

Först tar vi reda
på a . Pythagoras
sats ger att

$$a = \sqrt{115^2 + 1500^2} = 1504,40...$$

Sedan tar vi fram

$$v = \tan^{-1}\left(\frac{115}{1500}\right) = 4,38...^\circ$$

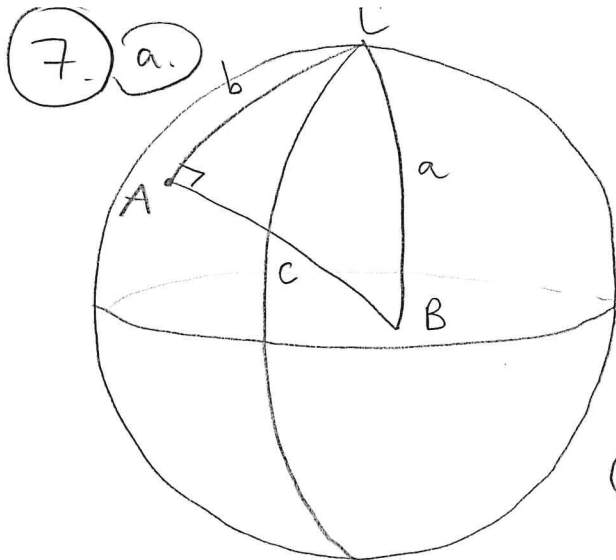
$$\text{Då är } u = 90^\circ - v =$$

$$= 85,61...^\circ,$$

$$\text{och } w = 180^\circ - \frac{33}{60}^\circ - u = 93,83...^\circ$$

$$\text{Sinussatsen ger då: } \frac{h}{\sin\left(\frac{33}{60}^\circ\right)} = \frac{a}{\sin(w)}, \text{ så } h = \frac{a \cdot \sin\left(\frac{33}{60}^\circ\right)}{\sin(w)} =$$

$$= 14,47... \text{ m} \approx \underline{\underline{14 \text{ m}}}$$



$$c = 4500' = 75'$$

$$b = 90^\circ - 38^\circ 16' = 51^\circ 44'$$

$$A = 90^\circ$$

Vi söker a och C .

$$\cos(a) = \cos(b) \cos(c)$$

(eftersom A är rät).

$$a = 80,776\dots^\circ$$

$$\sin(C) = \frac{\sin(c) \cdot \sin(A)}{\sin(a)}$$

$$\frac{\sin(C)}{\sin(c)} = \frac{\sin(A)}{\sin(a)}$$

$C = 78,119\dots^\circ$ Den nya latituden blir då

$$90^\circ - 80,776\dots^\circ = 9,22\dots^\circ \approx 9^\circ$$

Den nya longituden blir $360^\circ - \left(140 + \frac{52}{60}\right)^\circ - 78,119\dots^\circ =$
 $= 141,013\dots^\circ \approx 141^\circ$

Svar: 9° N 141° W

b.) En sträcka på 4500 sjömil på latitudparallellen $38^\circ 16'$ motsvarar en longitudförflyttning på

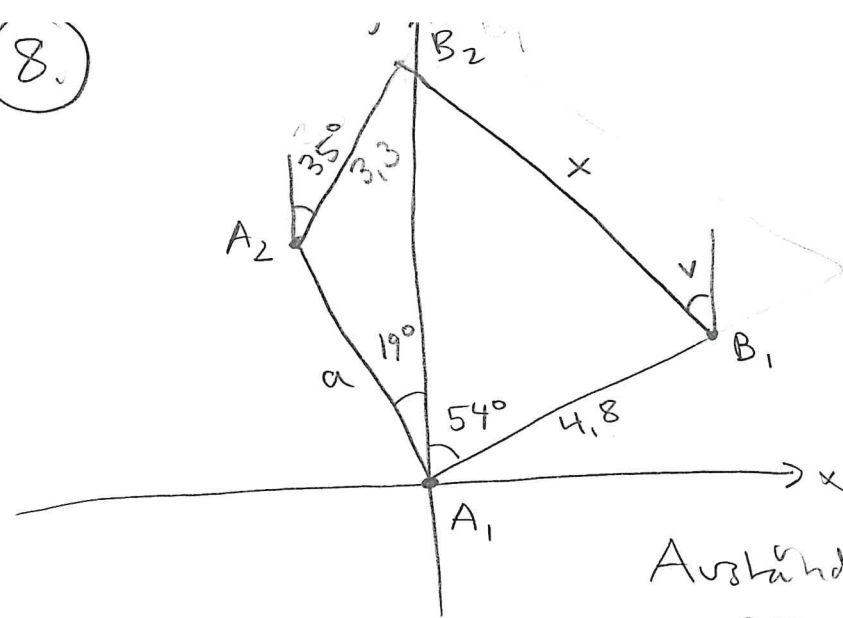
$$\frac{4500}{\cos\left(38 + \frac{16}{60}\right)^\circ} = 5731,48\dots' = \left(\frac{5731,48}{60}\right)^\circ = 95,524\dots^\circ$$

Vår nya longitud blir då $360^\circ - \left(140 + \frac{52}{60}\right)^\circ - 95,54\dots^\circ =$
 $= 123,608\dots^\circ \approx 124^\circ$

Svar: Den nya longituden är 124° W
 (latituden är samma) som i började på).

8.

(8.)

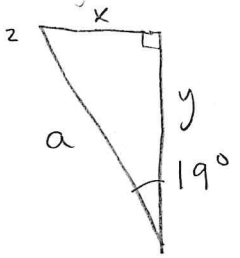


A_1 = vår första position
 A_2 = vår andra position
 B_1 = det andra fartygets första position
 B_2 = det andra fartygets andra position.

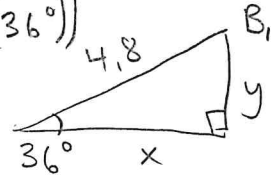
Avståndet mellan A_1 och A_2

är $\frac{35}{60} \cdot 8,2 = 4,7833... = a$

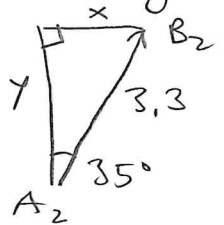
Vi söker x som ger det andra fartygets fart, och v som ger dess kurs. Först tar vi fram B_1 och B_2 :s x - och y -koordinater.



$B_1 = (4,8 \cdot \cos(36^\circ); 4,8 \cdot \sin(36^\circ))$
 $A_2 = (-a \sin(19^\circ); a \cos(19^\circ))$



Vektorn som går från A_2 till B_2 ges av $(3,3 \cdot \cos(35^\circ); 3,3 \cdot \sin(35^\circ))$

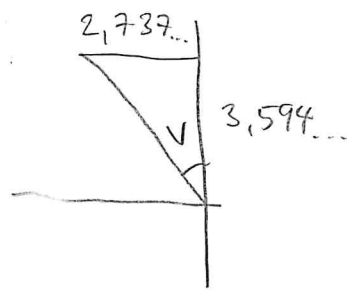


Så vektorn som går från B_1 till B_2 ges av $(-4,8 \cos(36^\circ) - a \sin(19^\circ) + 3,3 \cos(35^\circ); -4,8 \sin(36^\circ) + a \cos(19^\circ) + 3,3 \sin(35^\circ)) = (-2,737...; 3,594...)$

Detta är alltså vektorn $\vec{B_1 B_2} = -\vec{A_1 B_1} + \vec{A_1 A_2} + \vec{A_2 B_2}$.

$|\vec{B_1 B_2}| = \sqrt{2,737...^2 + 3,594...^2} = 5,669...$

Så många sjömil kommer det andra fartyget på 35 min, så dess fart är $5,669... / (35/60) = 9,718... \approx \underline{\underline{9,7 \text{ knop.}}}$



v ges av $\tan^{-1}\left(\frac{2,737...}{3,594...}\right) = 39,34... \approx 39^\circ$

Kursen är då $360^\circ - 39^\circ = \underline{\underline{319^\circ}}$