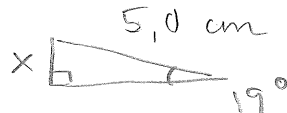
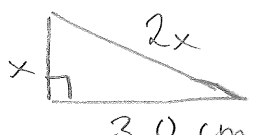
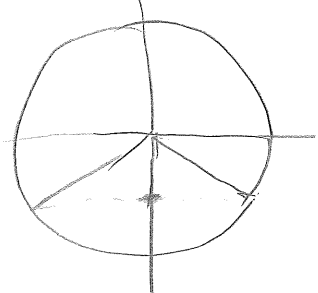


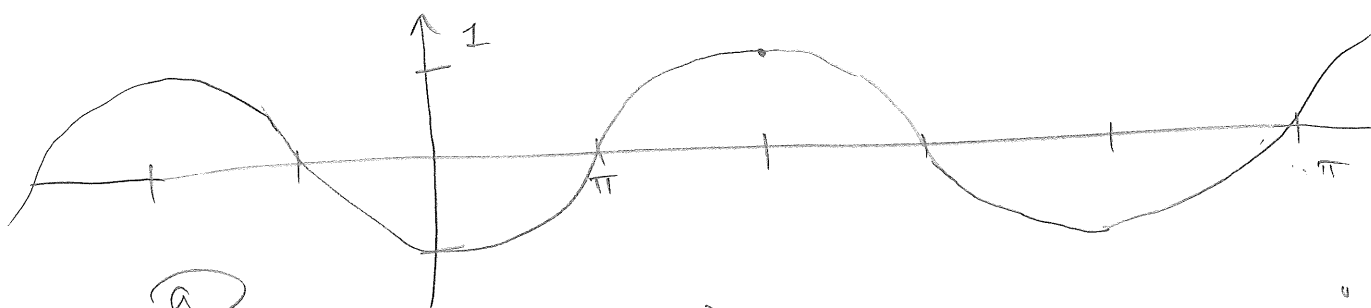
Lösningar till tenta i LNC022/SJM001
Elin Görmarck, 18/8 2017.

1. a.  Sidan som står mot 19° är den minsta, eftersom 19° är den minsta vinkeln. $\frac{x}{5} = \sin(19^\circ)$ $x = 5 \cdot \sin(19^\circ) \approx \underline{\underline{1,6 \text{ cm}}}$

- b.  Pythagoras sats: $x^2 + 3^2 = (2x)^2$
 $x^2 + 9 = 4x^2$ $3x^2 = 9$ $x^2 = 3$
 $x = \sqrt{3} \approx \underline{\underline{1,7 \text{ cm}}}$ $2x = 2\sqrt{3} \approx \underline{\underline{3,5 \text{ cm}}}$

- c.  $\sin^{-1}(-\frac{1}{2}) = -30^\circ$
Ena vinkeln är $360^\circ - 30^\circ = \underline{\underline{330^\circ}}$
och den andra är $180^\circ + 30^\circ = \underline{\underline{210^\circ}}$
 $\cos(210^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ och $\cos(330^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

- d. Sätt $\frac{x}{2} - \pi = 0 \Leftrightarrow x = 2\pi$. Då vet vi att funktionen har värdet 1 här. Faktorn $\frac{1}{2}$ betyder att perioden blir dubbelt så lång, dvs 4π



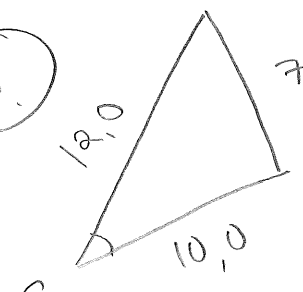
- a. 2. $(1, -2, -1) \cdot (3, 1, 1) = 3 - 2 - 1 = 0$, så dessa är vinkelräta.

- b. Vinkeln mellan $(1, -2, -1)$ och $(2, 5, -1)$ ges av:
$$\cos(\theta) = \frac{(1, -2, -1) \cdot (2, 5, -1)}{|(1, -2, -1)| \cdot |(2, 5, -1)|} = \frac{2 - 10 + 1}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2} \cdot \sqrt{2^2 + 5^2 + 1^2}} =$$

$$= \frac{-7}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{30}} = \frac{-7}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{5}} = \frac{-7}{6\sqrt{5}}$$

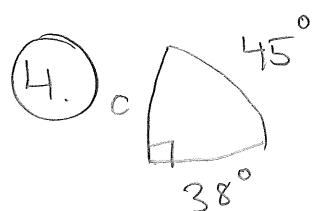
Så $\theta = \cos^{-1}\left(-\frac{7}{6\sqrt{5}}\right) \approx 121^\circ$

(c) Vektorn ges av $\vec{v} - \vec{u} = (3, 1, 1) - (1, -2, -1) = (2, 3, 2)$. $|(2, 3, 2)| = \sqrt{4+9+4} = \sqrt{17}$

(3.)  För att använda areasatsen måste vi först ta fram en vinkel mha cosinussatsen.

$$\cos(C) = \frac{12^2 + 10^2 - 7^2}{2 \cdot 12 \cdot 10} = \frac{195}{240} = \frac{13}{16}$$

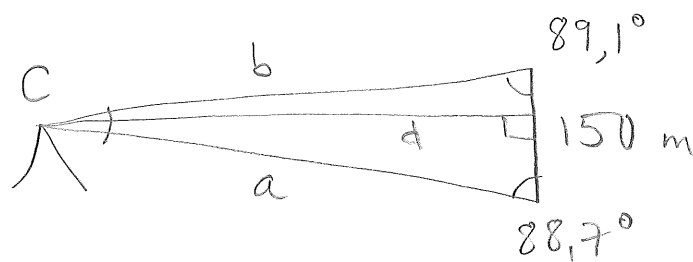
$$C = \cos^{-1}\left(\frac{13}{16}\right). \quad \text{Arean} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 10 \cdot \sin(C) \approx \underline{\underline{35 \text{ cm}^2}}$$



Eftersom $A = 90^\circ$ är $\cos(a) = \cos(b)\cos(c)$

Så $c = \cos^{-1}\left(\frac{\cos(45^\circ)}{\cos(38^\circ)}\right) \approx \underline{\underline{26^\circ}}$

(5.) a.



$$C = 180^\circ - 89,1^\circ - 88,7^\circ = 2,2^\circ$$

Sinussatsen ger a och b: $\frac{a}{\sin(89,1^\circ)} = \frac{150}{\sin(2,2^\circ)}$

$$a = \frac{\sin(89,1^\circ) \cdot 150}{\sin(2,2^\circ)} (\approx 3907 \text{ m})$$

$$\frac{b}{\sin(88,7^\circ)} = \frac{150}{\sin(2,2^\circ)}$$

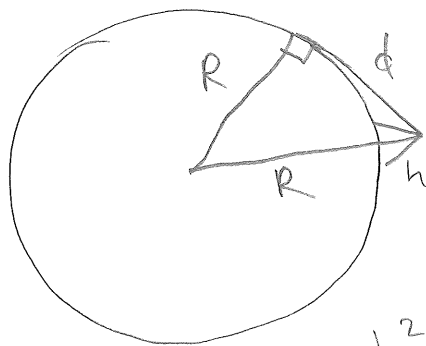
$$b = \frac{\sin(88,7^\circ) \cdot 150}{\sin(2,2^\circ)} (\approx 3906 \text{ m})$$

Nu får vi avståndet d genom $\frac{d}{a} = \sin(88,7^\circ)$

$$d = a \cdot \sin(88,7^\circ) \approx \underline{\underline{3910 \text{ m}}}$$

(om 150 m är givet med tre värdesiffror)

(b.)



Antag att dina ögon
är vid havsnivån.

$$R = 6371 \text{ km}, d = 3,91 \text{ km}$$

h = bergets höjd.

$$d^2 + R^2 = (R + h)^2 = R^2 + 2Rh + h^2$$

$$\text{Så } h^2 + 2Rh - d^2 = 0$$

$$h^2 + 12742 \cdot h - 15,2881 = 0$$

$$\text{pq-formeln ger: } h = -6371 \pm \sqrt{6371^2 + 15,2881}$$

$$= -6371 \pm 6371,0012.$$

Svaret är naturligtvis
inte negativt; så det räcker alltså att

"berget" är $0,0012 \text{ km} = \underline{1,2 \text{ m}}$ högt,

men det kan förstås också vara mycket högre.

(b.)

Vinkeln u ges av

$$u = 180^\circ - (315^\circ - 166^\circ) = 31^\circ$$

x ges nu av cosinus-
satsen:

$$x^2 = 15,3^2 + 3,4^2 - 2 \cdot 15,3 \cdot 3,4 \cdot \cos(31^\circ)$$

$$x \approx \underline{13 \text{ knop}}$$

Detta är farten över
grund.

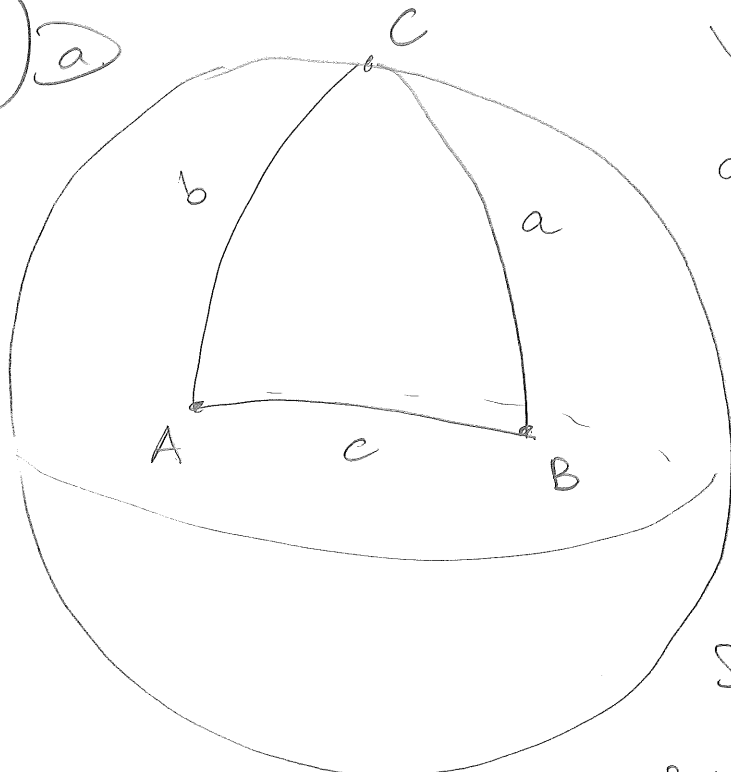
Vi vill också ha kursen.

u ges av sinussatsen:

$$\frac{\sin(u)}{3,4} = \frac{\sin(31^\circ)}{x} \Rightarrow u = \sin^{-1}\left(\frac{3,4 \cdot \sin(31^\circ)}{x}\right) \approx 8^\circ$$

Så kursen över grund är $166^\circ + 8^\circ = \underline{174^\circ}$

(7.) a



Vi vill veta c.

$$a = b = 90^\circ - 18^\circ 53' = 71^\circ 7'$$

$$C = 155^\circ 41' - 110^\circ 58' = 44^\circ 43'$$

Ståriska cosinussatsen ger

$$\cos(c) = \cos^2\left(71 + \frac{7}{60}\right) + \sin^2\left(71 + \frac{7}{60}\right) \cos\left(44 + \frac{43}{60}\right)$$

$$c \approx 42,19^\circ = 42,19 \cdot 60 \text{ M} = \underline{\underline{2531 \text{ M}}}$$

(b.) Vi söker A. Ståriska sinussatsen ger

$$\frac{\sin(A)}{\sin(a)} = \frac{\sin(c)}{\sin(c)} \Rightarrow \sin(A) = \frac{\sin(a) \cdot \sin(c)}{\sin(c)}$$

$$A = 82,4173 \dots$$

$$0,4173 \dots \cdot 60 = 25,04 \dots$$

$$\text{Så } A \approx \underline{\underline{82^\circ 25'}}$$

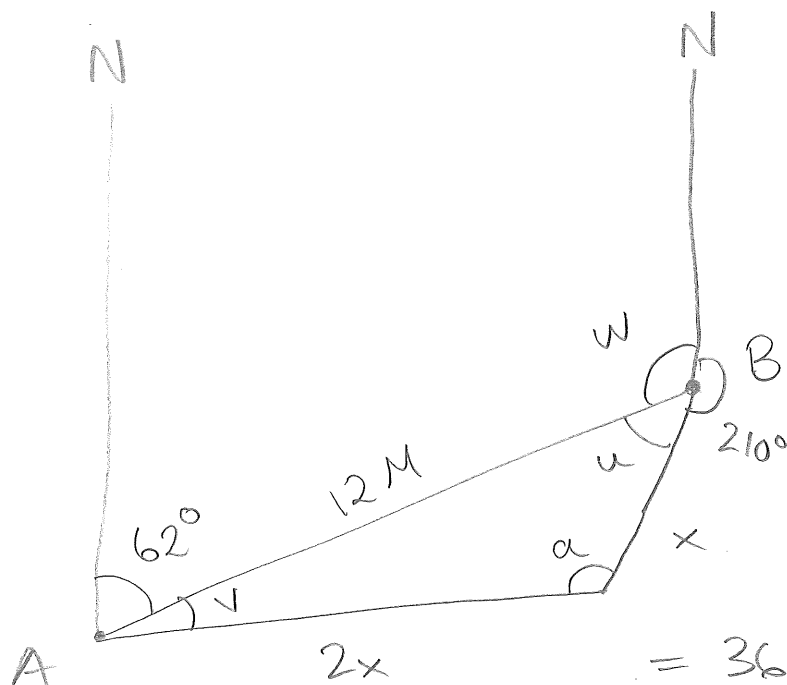
(c.) Hade det varit på ekvatorn hade avståndet varit $\left(44 + \frac{43}{60}\right) \cdot 60 \text{ M} = 2683 \text{ M}$.

Eftersom det är på latitud $18^\circ 53'$ blir

$$\text{avståndet istället } 2683 \cdot \cos\left(18 + \frac{53}{60}\right) \approx \underline{\underline{2539 \text{ M}}}$$

(vilket är längre än längs skarcirkeln).

8.



Vi ser v
och x .

Vi ser att

$$w = 180^\circ - 62^\circ = 118^\circ$$

Då är $u =$

$$= 360^\circ - 210^\circ - 118^\circ = 32^\circ$$

Sinussatsen ger $\frac{\sin(v)}{x} = \frac{\sin(32^\circ)}{2x} \Rightarrow$

$$\sin(v) = \frac{\sin(32^\circ)}{2} \quad v = 15,36\dots^\circ$$

Då är A:s kurs $62^\circ + v \approx \underline{\underline{77^\circ}}$

$$\text{Vi får } a = 180^\circ - 32^\circ - v = 132,63\dots^\circ$$

Sinussatsen ger $\frac{x}{\sin(v)} = \frac{12}{\sin(a)} \Rightarrow$

$$x = \frac{12 \sin(v)}{\sin(a)} \approx 4,32\dots, \text{ så avståndet}$$

$$\text{som A åker är } 2x \approx \underline{\underline{8,6 \text{ M}}}$$