

Tentamen i Nautisk matematik, SJM001 och LNC022

2019-01-09 kl 8.30–12.30.

Hjälpmedel: Typgodkänd räknedosa och bifogade formler (på baksidan).

Examinator: Elin Götmark, 0706787423.

För godkänt krävs minst 20 poäng. Betyg 3: 20-29 poäng, betyg 4: 30-39 poäng, betyg 5: 40-50 poäng.

Redovisa din lösning tydligt på alla uppgifter.

1. (a) Lös ekvationen $\sin(v) = -0.81$ för vinklar mellan 0° och 360° och illustrera din lösning i enhetscirkeln. (2p)
- (b) Vi har två likformiga trianglar. I den minsta triangeln är den längsta sidan 6,3 cm lång, och arean är $15,9 \text{ cm}^2$. I den största triangeln är den längsta sidan 10,1 cm. Vad är arean av den stora triangeln? (2p)
- (c) I en triangel är en vinkel 60° och de två sidorna som ligger omkring vinkeln är 2,3 cm och 4,6 cm. Är triangeln rätvinklig? (2p)
- (d) Rita grafen till funktionen $\cos(x/2 + \pi)$. Vinkelenheten ska vara radianer. (2p)
2. Låt $\mathbf{u} = (-2, 3)$ och $\mathbf{v} = (1, 1)$.
 - (a) Beräkna $|\mathbf{u} - \mathbf{v}|$. (2p)
 - (b) Beräkna vinkeln mellan $\mathbf{u} - \mathbf{v}$ och $\mathbf{u} + \mathbf{v}$. (2p)
 - (c) Ange en vektor som är vinkelrät mot vektorn $(4, -1, 5)$. (2p)
3. Låt $A = (-2, 1, 3)$, $B = (7, 3, -1)$ och $C = (2, -4, 1)$. Är triangeln med hörn i de tre punkterna en rätvinklig triangel? (5p)
4. En triangelns area är $10,7 \text{ cm}^2$, en av sidorna är 4,3 cm och en av de intilliggande vinklarna är 77° . Hur långa är de andra sidorna? (5p)
5. Du står på en kulle som är 255 meter ovanför havsytan. Precis vid horisonten ser du en lanterna som sitter i toppen på en båtmast som är 11 meter hög. Hur långt bort är du från båten? Jordens radie är 6371 km, och du kan bortse från ljusets refraktion i luften. (6p)
6. Du står uppe på en lodrät klippa som är 115 meter hög. Ute till havs ser du en båt som är 1,5 km från foten av klippan. Med en sextant mäter du vinkeln som båten inklusive dess mast upptar till $33'$. Hur hög är båten (inklusive dess mast)? Du kan bortse från jordens krökning. (6p)

Var god vänd!

7. (a) Du börjar i Sendai på Japans östkust ($38^\circ 16' \text{ N}$, $140^\circ 52' \text{ E}$), och åker 4500 sjömil längs en storcirkel med utgångskurs 90° . Vad är koordinaterna för positionen där du hamnar? (5p)
- (b) På vilka koordinater hamnar du om du istället följer latitudparallellen 4500 sjömil österut? (3p)
8. Din kurs är 341° och din fart är 8,2 knop. Kl 14.35 ser du ett annat fartyg i bäring 54° som är 4,8 sjömil från dig. Kl 15.10 ser du samma fartyg i bäring 35° och då är det 3,3 sjömil från dig. Vad är det andra fartygets fart och kurs? (6p)

Formler

Plan trigonometri

Pythagoras sats:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Areasatsen:

$$T = \frac{1}{2}ab \sin C$$

Sinussatsen:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Cosinussatsen:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Vektorer

Längden av en vektor i koordinatform (ON-bas):

$$\mathbf{v} = (x, y), \quad |\mathbf{v}| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (\text{i 2 dimensioner})$$

$$\mathbf{v} = (x, y, z), \quad |\mathbf{v}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (\text{i 3 dimensioner})$$

Skalärprodukt:

$$\mathbf{a} \bullet \mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \cos v$$

Skalärprodukt i koordinatform (ON-bas):

$$(x_1, y_1) \bullet (x_2, y_2) = x_1x_2 + y_1y_2 \quad (\text{i 2 dimensioner})$$

$$(x_1, y_1, z_1) \bullet (x_2, y_2, z_2) = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 \quad (\text{i 3 dimensioner})$$

Sfärisk trigonometri

Sfäriska sinussatsen:

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$$

Sfäriska cosinussatsen:

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C$$

$$\text{Om } C = 90^\circ : \quad \cos c = \cos a \cos b \quad (\text{Pythagoras sats})$$