Chalmers **CTH HT-2000**
Matematik

Övningstenta i Numerisk Analys för M2, TDA160

Betyggränser: 12, 16, 20 poäng. Tentan omfattar totalt 25 poäng.

Hjälpmedel: Valfri räknare, formelsamling och Beta. Anteckningar är ej tillåtna.

Uppgifterna står inte enligt svårighetsordning. Börja med dem som verkar vara lättare!

Uppgift 1. a) Beräkna summan $0.145 + 321 + 78.2$ där talen är givna med tre rätta siffror. Beräkna absoluta och relativa felen och ange antalet rätta siffror i svaret.
(2p)

b) Sidorna a och b hos en rektangel är givna med ett visst fel: $a = 4.02 \pm 0.01$, $b = 4.96 \pm 0.01$ Beräkna arean av rektangeln, uppskatta absoluta och relativa felen samt ange antalet rätta siffror i svaret. **(2p)**

Uppgift 2. Betrakta matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0.001 \\ 200 & 5 \end{bmatrix}$$

a) Beräkna någon norm av matrisen samt uppskatta konditionstalet av matrisen. **(3p)**

b) Uppskatta det relativa felet i lösningen till ekvationen

$$Ax = b$$

om högerledet b är givet med ett fel $b = \begin{bmatrix} 0.015 \\ 1 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} -0.001 \\ 0.000015 \end{bmatrix}.$ **(2p)**

Uppgift 3.
a) Betrakta ekvationen

$$ax + \sin(\exp(-x)) = 0.$$

Transformera den så att metoden med fixpunkstiteration kan användas med $a = 4.00$. Motivera varför konvergensen äger rum. **(3p)**

b) Använd fixpunktsiterationer för att bestämma en lösning till denna ekvation med 3 korrekta decimaler. **(2p)**

b) Antag att koefficienten a vid x är given bara med 3 rätta siffror. Uppskatta absoluta och relativa felen i lösningen, som framkommer på grund av detta **(2p)**

Uppgift 4. Betrakta följande begynnelsevärdesproblem.

$$y'' + (1+t)(y')^2 = 0; \quad y(0) = 1; \;\; y'(0) = 0.5;$$

a) Transformera detta begynnelsevärdesproblem i ett begynnelsevärdesproblem för ett förstaordningens system av ODE. **(2p)**

c) Bestäm en approximation till $y(0.2)$ med hjälp av Heuns metod. Använd steglängden $h = 0.1$. Redovisa delsresultat! **(3p)**

Vänd !

Uppgift 5. Antag att vi vill lösa randvärdesproblemet

$$y'' + \cos(y') = 0,\ x \in (0,1); \quad y(0) = 1.5;\ \ y(1) = 0.5;$$

a) Diskretisera problemet på lämpligt sätt. Ange det uppkomna ickelinjära ekvationssystemet.

(2p)

Extra poäng för att göra det samma i fallet med andra randvillkoret $y'(1) = 2$.

(1p)

b) Skriv upp detta ekvationssystem för steglängden $h = 1/3$ och formulera Newtons metod för detta system. Ange Jacobimatrisen som uppträder i detta fall.

(2p)