Chalmers Tekniska Högskola **CTH HT-97**
Matematik

Tentamen i Numerisk analys för M2, TDA160/TIN080

Datum: 1998-08-17 **Tid:** 14.15-18.15 **Sal:** MN

Förfrågningar: Ingvar Mellander, tel. 772 1081

Betygsgränser: 10, 15 resp. 20 poäng. Tentan omfattar totalt 25 poäng.

Hjälpmedel: Valfri räknare och formelsamling. Anteckningar är *ej* tillåtna.

Resultat: Anslås 1998-09-01, Matematiskt Centrum, Eklandagatan 86.

Samma uppgifter gäller även för den gamla kursen (TIN080)

Uppgift 1. Man vill beräkna $f(x,y) = \ln(x+y) + xy$ för $x = 0.80 \pm 0.03$ och $y = 1.48 \pm 0.02$. Ge gränser för absoluta och relativa felet. **(4p)**

Uppgift 2. Ekvationen $\alpha^x = x^\alpha$ har alltid en trivial rot $x = \alpha$ och en annan. För t ex $\alpha = 2$ blir den $x = 4$.

(a). Bestäm med sju korrekta decimaler den icketriviala roten för $\alpha = 3$, med t ex Newtons metod. **(3p)**

(b). Antag att vi inte känner α exakt, utan att $\alpha = 3.00 \pm 0.005$. Vad gäller för osäkerheten i roten? **(2p)**

Uppgift 3. Antag att vi har ett större antal mätdata $\{(x_i, T_i, w_i)\}_{i=1}^{m}$ och att vi vill beskriva dessa med funktionen

$$w(x,T) = p(x) + q(x)T$$

där p och q är andragradspolynom i x.

Sätt upp det överbestämda linjära ekvationssystem som skall lösas med minsta-kvadratmetoden för att bestämma koefficienterna i polynomen så att vi får så god anslutning till mätdata som möjligt. **(4p)**

Uppgift 4. Antag att vi vill lösa begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} y'' + 2y'\sin(t) + y^2 = 0, \ 0 \le t \le 1 \\ y(0) = 1, \ y'(0) = 1 \end{cases}$$

med Euler bakåtmetoden ($y_{n+1} = y_n + hf(t_{n+1}, y_{n+1})$).

(a). Skriv om problemet som ett första ordningens system. **(1p)**

(b). Skriv upp det ickelinjära ekvationssystem som skall lösas i varje steg i Euler bakåt. Ange derivatamatrisen. **(4p)**

Fortsättning följer ⇒ ⇒ ⇒

(c). Vilken startapproximation är lämplig då vi skall lösa det ickelinjära systemet? **(1p)**

Uppgift 5. I samband med studiet av den stationära temperaturfördelningen i ett metallrör vill man lösa följande randvärdesproblem

$$\begin{cases} ru'' + u' = 0, \ 1 \leq r \leq 2 \\ u(1) = u_{inne}, \ u'(2) = -K(u - u_{omg}) \end{cases}$$

där $u_{inne} = 500, u_{omg} = 20$ och $K = 1$.

Diskretisera problemet på lämpligt sätt. **(6p)**