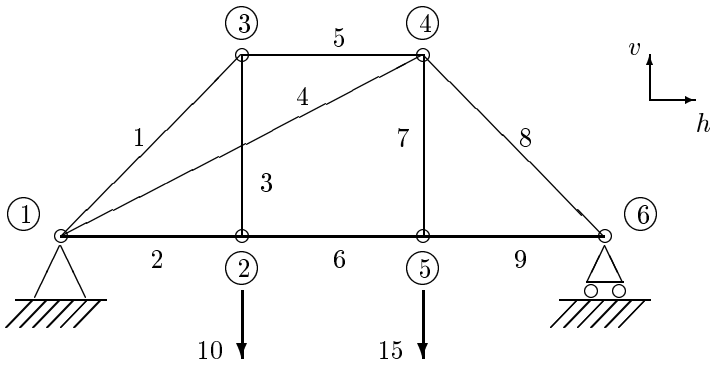
Konstruktionsövning 1. Linjära ekvationssystem

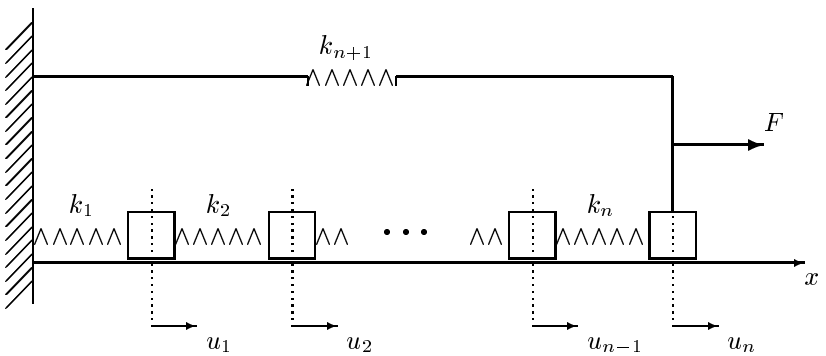
Uppgift 1. Krafterna i de olika grenarna av fackverket i figuren skall bestämmas då angivna yttre krafter är anbringade.



Genom att ansätta kraftjämvikt i horisontal- och vertikalled i knutpunkterna får vi ett linjärt ekvationssystem för de sökta krafterna i fackverkets grenar. Att detta blir välbestämt för aktuellt fackverk följer av resultat i mekaniken.

Skriv upp det linjära ekvationssystemet och bestäm krafterna i de olika grenarna av fackverket genom att lösa ekvationssystemet med MATLAB. Använd *sparse* och betrakta gleshetsstrukturen med *spy*.

Uppgift 2. Betrakta det mekaniska systemet i figuren. Detta består av $n+1$ fjädrar, med fjäderkonstanterna $k_1, k_2, \cdots, k_{n+1}$, som förbinder n partiklar som kan röra sig friktionsfritt längs en horisontell linje.



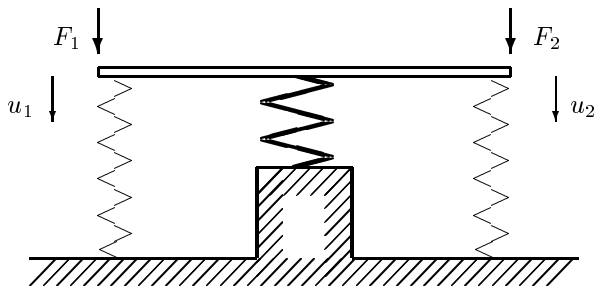
Partiklarnas förskjutningar $u_1, u_2, \cdots, u_n$ då kraften F appliceras erhålles då systemets totala energi har sitt minimum. Totala energin ges av funktionen

$$E(u) = \frac{k_1}{2}\,u_1^2 + \sum_{i=2}^{n} \frac{k_i}{2}\,(u_i - u_{i-1})^2 + \frac{k_{n+1}}{2}\,u_n^2 - F\,u_n$$

Vi kan alltså bestämma förskjutningarna genom att lösa ekvationssystemet $\nabla E(u) = 0$, dvs. bestämma u så att gradienten blir noll.

Sätt upp detta ekvationssystem på papper. Blir det linjärt? Hur ser koefficientmatrisen ut, har den någon speciell struktur? Lös systemet i MATLAB för något val av fjäderkonstanter och kraft. Ni skall klara godtyckligt n och använda *spdiags* i MATLAB.

Uppgift 3. Betrakta fjädersystemet



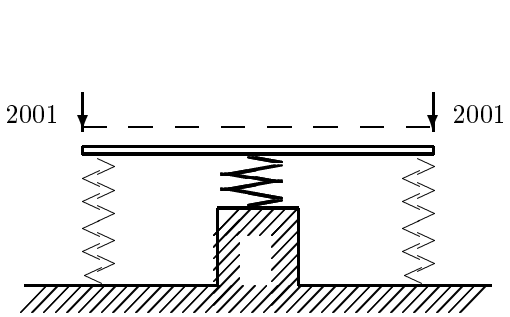
En balk är upplagd på en central fjäder med styvhet $k_0 = 4000$ och två sidofjädrar med styvhet $k_1 = k_2 = 1$, de senare för att motverka rotation. Vid lasterna F_1 och F_2 får vi förskjutningarna u_1 och u_2 från balkens neutralläge.

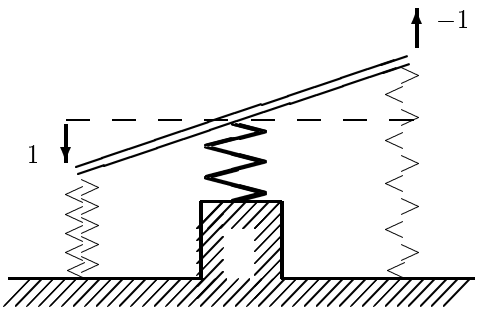
Systemets totala energi ges av

$$E(u_1, u_2) = \frac{k_1}{2}u_1^2 + \frac{k_2}{2}u_2^2 + \frac{k_0}{2}\left(\frac{u_1 + u_2}{2}\right)^2 - F_1 u_1 - F_2 u_2$$

Jämvikt får vi då energin har sitt minimum, dvs. då $\nabla E(u_1, u_2) = 0$.

När krafterna är lika eller nästan lika är systemet instabilt, små förändringar i krafterna ger avsevärda förändringar i förskjutningarna. För vissa andra förhållande mellan krafterna, som till höger i figuren, är problemet stabilt. Stora förändringar i krafterna ger då marginella förändringar i förskjutningarna.





Bestäm förskjutningarna u_1 och u_2 för givna laster F_1 och F_2. Experimentera med olika störningar på F_1 och F_2. Var blir det för förändringar i u_1 och u_2. Vad säger störningsteorin. Lagra matrisen som en tät matris. Konditionstalet beräknar vi med *cond* i MATLAB.

Med $u = (u_1, u_2)$ och $F = (F_1, F_2)$ säger störningsteorin att

$$\frac{\| \delta u \|}{\| u \|} \leq \kappa(A) \frac{\| \delta F \|}{\| F \|}$$

där δu är förändringen i förskjutningarna, δF är störningen i lasterna, A är systemmatrisen och $\kappa(A)$ är dess konditionstal.