Chalmers Tekniska Högskola **M2Na - ht 98**
Matematik

Konstruktionsövning 3. Ickelinjära ekvationer

Uppgift 1. I uppgift 3, konstruktionsövning 2, sökte vi de lägsta kritiska lasterna för buckling av en ledlagrad stav. Vi kunde lösa problemet analytiskt. Om vi istället spänner fast ena ändan av staven så får vi de kritiska lasterna $P_{cr} = x^2 \frac{EI}{L^2}$ för varje positiv rot x till ekvationen

$$\tan x - x = 0$$

Denna ekvation kan *inte* lösas analytiskt. Bestäm de tre lägsta kritiska lasterna med Newtons metod.

Uppgift 2. En lång stång upphettas momentant vid tiden $t = 0$ i mittpunkten. Med denna punkt i $x = 0$ och x-axeln utmed stången bestäms temperaturen $T(x,t)$ för $t > 0$ av uttrycket

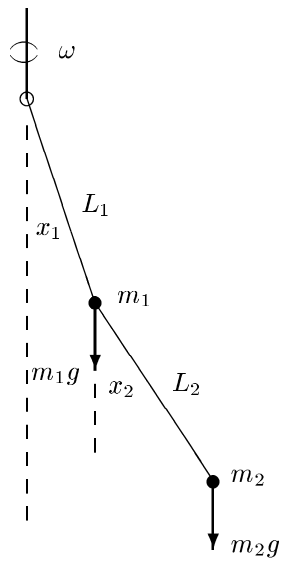
$$T(x,t) = Ce^{-x^2/kt}/\sqrt{t}$$

där parametrarna $k = 5.17$ och $C = 28.3$ beror av värmeledningsförmågan respektive den tillförda värmen.

(a). Beräkna under hur lång tid som temperaturen vid $x = 1$ överstiger $20°$. Använd *fzero* i MATLAB.

(b). Gör en experimentell störningsräkning för att bedöma hur noggrant resultatet kan anges med tanke på att parametrarna bara är angivna med tre korrekta siffror.

Uppgift 3. En dubbel pendel roterar med vinkelhastigheten ω runt en vertikal axel.



Vid jämvikt för de två pendlarna är vinklarna mot vertikala axeln, x_1 och x_2, lösningar till följande system av ekvationer,

$$F(x) = \begin{bmatrix} f_1(x_1,x_2) \\ f_2(x_1,x_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tan x_1 - \frac{\omega^2}{g}(L_1 \sin x_1 + \frac{m_2}{m_1+m_2} L_2 \sin x_2) \\ \tan x_2 - \frac{\omega^2}{g}(L_1 \sin x_1 + L_2 \sin x_2) \end{bmatrix} = 0.$$

Låt oss för enkelhets skull ta $m_1 = m_2$ och $L_1 = L_2 = L$. Om vi inför parametern $k = \frac{\omega^2 L}{2g}$ så kan vi nu skriva ekvationen

$$F(x) = \left[\begin{array}{c} \tan x_1 - k(2 \sin x_1 + \sin x_2) \\ \tan x_2 - k(2 \sin x_1 + 2 \sin x_2) \end{array} \right] = 0$$

(a). Tag $k = 0.4$ och använd MATLAB för att rita upp nollnivåerna för f_1 och f_2, dvs. mängderna $\{(x_1, x_2) | f_1(x_1, x_2) = 0\}$ och $\{(x_1, x_2) | f_2(x_1, x_2) = 0\}$, och se efter de punkter där både f_1 och f_2 är noll samtidigt. Använd *ginput* för att läsa in en startapproximation och bestäm sedan nollstället noggrant med Newtons metod. Rita en bild som visar hur pendlarna svänger ut.

(b). Nu skall vi anväda *fsolve* och lösa problemet för en följd av k-värden mellan 0.3 och 0.5. Tag $k = 0.5$, rita nollnivåkurvor och läs in startapproximation som tidigare. Lös med *fsolve*. Använd lösningen för $k = 0.5$ som startapproximation för att lösa för t.ex. $k = 0.45$, ta sedan denna lösning som startapproximation för att lösa för $k = 0.4$, osv. Rita i samma figur ut de olika utslagen. Förse figuren med text (*text* eller *gtext*) som visar vilket utslag som tillhör vilket k-värde.

Varför är det mer lämpligt att börja med $k = 0.5$ och stega nedåt till $k = 0.3$, snarare än tvärtom?